110

LOGARITHMORVM CANONIS DESCRIPTIO,

SEV

ARITHMETICARVM SVPPVTATIONVM MIRABILIS ABBREVIATIO.

Eiuſque vſus in vtraque Trigonometria, *vt etiam in omni* Logiſtica Mathematica, *ampliſſimi, facillimi & expeditiſſimi explicatio.*

Authore ac Inuentore IOANNE NEPERO, Barone Merchiſtonij, &c. SCOTO.

LVGDVNI,

Apud Barth. Vincentium.

M. DC. XX.

Cum Priuilegio Cæſar. Majeſt. & Chriſt. Galliarum Regis.

BIBLIOTECA NAZIONALE TORINO

Illuſtriſſimo, & optimæ ſpei
PRINCIPI CAROLO,
POTENTISSIMI, ET INVICTISSIMI,
IACOBI D. G.
MAGNÆ BRITANNIÆ, ET HIBERNIÆ REGIS,
Filio vnico, VValliæ Principi, Duci Eboraci, & Rotheſaiæ, magno Scotiæ Seneſcallo, ac Inſularum Domino, &c.

D. D. D.

QVVM nullum ſit ſtudium, vel doctrinæ genus (Illuſtriſſime Princeps) *quod generoſa ac heroïca ingenia, ad præclara quæque & ſublimia magis acuat, contráque tarda & inſulſa pectora magis obtundat, quàm matheſis: non mirandum eſt eruditos & magnanimos Principes eam magnoperè præteritis omnibus ſeculis in deliciis habuiſſe, imperitos vero & ignauos homines eandem velut ignorantiæ ſuæ & ignauiæ hoſtem,*

 ſemper

ſemper odio acerrimo proſequutos eſſe. Cur non igitur nouitium hoc noſtrum inuentum, cùm obtuſa ingenia & humi repentia refugiat, ad ſublime Celſitudinis tuæ ingenium & patrocinium confugiet & tranſuolabit? Præſertim cùm noua hæc Logarithmorum methodus, omnem illam priſtinæ Matheſeos in calculo difficultatem (quæ alioqui generoſam tuam indolem offendere poſſet) penitùs è medio tollat: & ad ſubleuandam memoriæ imbecillitatem ita ſe accommodet, vt illius adminiculo facile ſit, plures quæſtiones mathematicas vnius horæ ſpatio, quàm priſtinâ & communiter receptâ formâ ſinuum, tangentium, & ſecantium, vel integro die abſoluere. Ideoque tuæ Celſitudini tantò gratius hoc inuentum fore ſperamus, quantò facilem magis & expeditam reddit Logiſticam: quid enim iucundius, & in omni diſciplinarum genere præſtantius eſſe poßit, quàm præclara quæque & ſublimia, exactè, ex tempore, facili negotio, nulloque vel temporis vel laboris diſpendio expedire? Rogamus igitur (Sereniſſime Princeps) *vt munuſculum hoc, licet exiguum, & longe infra meritorum & dignitatis tuæ faſtigium, certiſſimi tamen obſequij pignus & ſymbolum, pro humanitate tua boni conſulas. Quod ſi te feciſſe intellexero, vel hac ſola ratione animos mihi jam morbis penè confecto addideris, ad alia propediem, his fortaſſe majora & tanto principe magè digna moliendum. Interim illuſtriſſimos tuos parentes magna magnæ* BRITANNIAE *luminaria, teque præclarum tam præclaræ ſtirpis ramum, & futuræ noſtræ tranquillitatis ſpem, diu nobis incolumes ſeruet & protegat ſummus ille Rex Regum, & Dominus dominantium, cui omnis honor & gloria in æternum tribuatur.*

Sereniſſimæ tuæ Celſitudinis obſequio
addictiſſimus
IOANNES NEPERVS.

IN MIRIFICVM LOGARITHMORVM Canonem

PRÆFATIO.

QVVM nihil ſit (chariſſimi mathematum cultores) mathematicæ praxi tam moleſtum, quodque Logiſtas magis remoretur, ac retardet, quàm magnorum numerorum multiplicationes, partitiones, quadrataque ac cubicæ extractiones, quæ præter prolixitatis tædium, lubricis etiam erroribus plurimùm ſunt obnoxiæ: Cœpi igitur animo reuoluere, quâ arte certâ & expedita, poſſem dicta impedimenta amoliri. Multis ſubinde in hunc finem perpenſis, nonnulla tandem inueni præclara compendia alibi fortaſſe tractanda: verùm inter omnia nullum hoc vtilius, quod vnà cum multiplicationibus, partitionibus, & radicum extractionibus arduis & prolixis, ipſos etiam numeros multiplicandos, diuidendos, & in radices reſoluendos ab opere reiicit, & eorum loco alios ſubſtituit numeros, qui illorum munere fungantur per ſolas additiones, ſubſtractiones, bipartitiones, & tripartitiones. Quod quidem arcanum, cùm (vt cætera bona) ſit, quo communius, eo melius: in publicum mathematicorum vſum propalare libuit. Eo itaque liberè fruamini (matheſeos ſtudioſi) & quâ à me profectum eſt beneuolentiâ, accipite. Valete.

AD LECTOREM TRIGONOMETRIAE ſtudioſum.

QVi Cœli, atque ſoli, & ſinuoſos æquoris arcus
  Metiri, & curuos vis numerare gradus;
Quique per expanſum tenſas cognoſcere rectas,
  Menſurat radio quas GEODÆTA ſuo:
Macte aīo, inſta operi, LOGARITHMIS vtere, quos hîc
  Rara Caledonij, dat Baro, gemma ſoli.
Fruſtrâ erit hinc multis tabulas extendere chartis:
  Fruſtrà erit & calamo crebra litura tuo.
Quæ niſi multiplici nunquam potuere priores,
  Actu vno hîc facili tu numerare queas.
Ad SOPHIAM quid ferto noui, quod priſtina vincat,
  Quiſquis ab ingenio nomen habere cupis.

PATRICIVS SANDÆVS.

IN.

IN LOGARITHMOS D. I. NEPERI.

REgiomontanus fertur per apheræſim,atque
Proſtheſin ignotos elicuiſſe ſinus:
Atque aliquos aliquot ſinuum quæſita Logiſtas
Conſimili legimus notificaſſe modo:
N mo tamen cunctos poterat ſic ſoluere nodos,
Aut certâ rectam lege docere viam.
Muſarum NEPERVS honos, & gloria gentis
Scotigenæ, paruo præſtat vtrumque libro.
Nomine ſic NEPAR, PARILI fit & omine NON PAR,
Quum nou hac habeat NEPAR in arte PAREM.

ALIVD.

BVCHANANE tibi NEPERVM adſciſce ſodalem,
Floreat & noſtris *Scotia* noſtra viris:
Nam velut ad ſummum culmen perducta Poëſis
In te ſtat,nec quò progrediatur habet:
Sic etiam ad ſummum eſt culmen perducta Matheſis,
Inque hoc ſtat,nec quò progrediatur habet.

ANDREAS IVNIVS.

Philoſophiæ Profeſſor in Academia Edimburgenâ.

IDEM AVTHOR AD LECTOREM.

HIc liber eſt minimus, ſi ſpectes verba, ſed vſum
Si ſpectes, Lector, maximus hic liber eſt.
Diſce, ſcies paruo tantum debere libello
Te, quantum magnis mille voluminibus.

ANDREAS IVNIVS.

Philoſophiæ Profeſſor in Academia Edimburgena.

IN LOGARITHMOS.

QVæ tibi cunque ſinus, tangentes atque ſecantes
Prolixo præſtant, atque labore graui:
Abſque labore graui, & ſubitò tibi, Candide Lector,
Hæc Logarithmorum parua tabella dabit.

MIRI

MIRIFICI LOGARITHMORVM CANONIS DESCRIPTIO,

EIVSQVE VSVS IN VTRAQVE TRIGOnometria, vt etiam in omni Logiſtica Mathematica, ampliſſimi, facillimi, & expeditiſſimi explicatio.

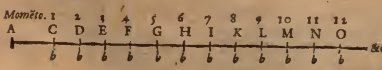
LIBER PRIMVS.

DE DEFINITIONIBVS.

CAP. I.

Definitio 1.

LINEA æqualiter creſcere dicitur, quum punctus eam deſcribens, æqualibus momentis per æqualia interualla progreditur.



Sit punctus A, à quo ducenda ſit linea fluxu alterius puncti, qui ſit B. fluat ergo primo momento B ab A in C. Secundo momento à C in D. Tertio momento à D in E. atque ita deinceps in infinitum deſcribendo lineam A C D E F, &c.

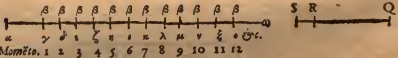
interuallis A C, C D, D E, EF, & cæteris deinceps æqualibus, & momentis æqualibus deſcriptis: dicetur hæc linea per definitionem ſuperius traditam æqualiter creſcere.

Corollarium.

Vnde hoc incremento quantitates æquidifferentes temporibus æquidifferentibus produci eſt neceſſe.

Vt in ſuperiori ſchemate vnico momento B ab A in C, & tribus momentis ab A in E progreſſum eſt. Sic ſex momentis ab A in H, & octo momentis ab A in K. Sunt autem illorum momentorum vnius & trium, & horum ſex & octo differentiæ æquales, ſcilicet duorum. Sic etiam erunt quantitatum illarum A C, & A E, & harum A H, & A K differentiæ C E, & H K, æquales: æqui differentes ergo, vt ſupra.

2. *Linea proportionaliter in breuiorem decreſcere dicitur, quum punctus eam tranſcurrens æqualibus momentis, ſegmēta abſcindit eiuſdem continuò rationis ad lineas à quibus abſcinduntur.*



Exempli gratia.

Sit linea ſinus totius α.ω proportionaliter minuenda. Sit punctus tranſcurſu ſuo eam minuens β. Sit denique ratio ſegmentorum ſingulorum ad lineas à quibus abſcinduntur, vt Q. R ad Q. S. Quâ ergo ratione ſecatur Q.S. in R. eadem ratione (per 10. 6. Eucl.) ſecetur α.ω in γ. atque ſic β. trāſcurrens ab α in γ primo momento ab α.ω abſcindat α.γ. relicta linea ſeu ſinu γ.ω. Ab hac autem γ.ω procedens β ſecundo momento abſcindat ſimile ſegmentum quale eſt Q. R ad Q. S. quod ſit γ.δ. relicto ſinu δ.ω. A quo proinde tertio momento abſcindat β ſimili ratione ſegmentum δ.ε. relicto ſinu ε.ω. A quo ſimiliter quarto momento abſcindatur (fluxu β) ſegmentum ε ζ. relicto ſinu ζ.ω. Ab hoc ζ ω, quinto momento abſcindat β eadem ratione ſegmentum ζ η, relicto ſinu η.ω. Et ita deinceps, in infinitum. Dico itaque hic ſinus totius lineam α.ω (ex præmiſſa definitione) proportionaliter

decreſ

decreſcere in ſinum η ω. aut in alium quemuis vltimum in quo ſiſtit β & ſic in aliis.

Corollarium.

Vnde hoc æqualibus momentis decremento, eiuſdem etiam rationis proportionales lineas relinqui eſt neceſſe.

Quæ enim ſuperius eſt continua proportio ſinuum minuendorum, α ω, γ ω, δ ω, ε ω, ζ ω, η ω. ι ω, & κ ω, &c. atque ſegmentorum ab eis abſciſſorum α γ. γ δ, δ ε, ε ζ, ζ η, η ι, ι κ & κ λ. Eadem et t neceſſario etiam ſinuum relictorum proportio, ſcilicet, γ ω, δ ω, ε ω, ζ ω, η ω, ι ω, κ ω. & λ ω. vt ex 19. prop. 5. & 11. prop. 7. Eucl. patet.

3. *Quantitates ſurdæ, ſeu numero inexplicabiles, numeris quàm proximè definiri dicuntur, quum numeris maiuſculis, qui à veris ſurdarum valoribus vnitate non differant, definiuntur.*

Vt ſit ſemi-diameter ſeu ſinus totus rationalis numerus 10000000. erit ſinus 45. graduum radix quadrata 200000000000000. quæ ſurda ſeu irrationalis & numero inexplicabilis eſt, atque inter terminos 7071067. minorem, & 7071068. maiorem includitur. Ab horum itaque vtrouis non differt vnitate. Surdus igitur ſinus ille 45. graduum quàm proximè dicitur definiri & explicari, quum per numeros integros 7071067 vel 7071068. neglectis fractionibus definitur. In magnis etenim numeris ex fragmentis vnitatis ſpretis nullus error ſenſibilis emergit.

4. *Synchroni motus ſunt, qui ſimul & eodem tempore fiunt.*

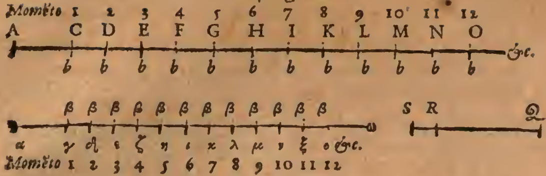
Vt in ſuperioribus eſto quod B. moueatur ab A in C. eodem tempore quo β. mouetur ab α. in γ. dicentur rectæ A C, & α γ ſynchrono motu deſcribi.

Definitio & Poſtulatio.

5. *Quum quolibet motu & tardior & velocior dari poſſit, ſequetur neceſſariò cuique motui æquiuelocem (quem nec tardiorem, nec velociorem definimus) dari poſſe.*

6. *Logarithmus ergò cuiuſque ſinus, eſt numerus quem proximè definiens lineam, quæ æqualiter creuit intereà dum ſinus totius linea proportionaliter in ſinum illum decreuit, exiſtente vtroque motu ſynchrono, atque initio æquiueloce.*

Exempli gratia.



Repetantur ambo ſuperiora ſchemata & moueatur B. ſemper & vbique eadem ſeu æquali velocitate qua cœpit moueri β initio quum eſt in α. deinde primo momento procedat B. ab A in C, & eodem momento procedat β ab α in γ proportionaliter: erit numerus definiens A C logarithmus lineæ, ſeu ſinus γ ω. Tum ſecundo momento promoueatur B à C in D, & eodem momento promoueatur proportionaliter β à γ in δ. erit numerus definiens A D logarithmus ſinus δ ω. Sic tertio momento procedat æqualiter B à D in E, & eodem momento promoueatur proportionaliter β à δ in ε, erit numerus definiens A E logarithmus ipſius ſinus ε ω. Item quarto momento procedat B in F, & β in ζ, erit numerus A F logarithmus ſinus ζ ω. Atque eodem continuò ſeruato ordine erit (ex definitione ſuperius tradita) numerus A G logarithmus ſinus η ω. A H logarithmus ſinus ι ω. A I logarith. ſinus κ ω. A K logarith. ſinus λ ω. & ita in infinitum.

Corollarium.

Unde ſinus totius 10.000.000. *nullũ ſeu* 0 *eſt logarithmus: & per conſequẽs, numerorũ maiorũ ſinu toto logarith. ſunt nihilo minores.*

Quum enim ex definitione pateat, quod à ſinu toto decreſcentibus ſinibus, à nihilo accreſcant logarithmi, ideò contrà creſcentibus numeris (quos adhuc ſinus vocamus) in ſinum totum, ſcilicet in 10.000.000. decreſcant, in 0, ſeu nihilum logarithmi eſt neceſſe. Et per conſequens numerorum creſcentium vltra ſinum totum 10000000. (quos ſecantes aut tangentes, & non amplius ſinus vocamus) logarithmi erunt minores nihilo.

Itaque

Itaque logarithmos ſinuum, qui ſemper maiores nihilo ſunt, abundantes vocamus, & hoc ſigno †, aut nullo prænotamus. Logarithmos autem minores nihilo defectiuos vocamus, prænotantes eis hoc ſinum.———

ADMONITIO.

ERat quidem initio liberum cuilibet ſinui, aut quantitati nullum ſeu o, pro logarithmo attribuiſſe: ſed præſtat id præ cæteris ſinui toti accommodaſſe: ne vnquam in poſterum vel minimam moleſtiam parturiret nobis additio & ſubſtractio eius logarithmi in omni calculo frequentiſſimi. Cæterùm etiam quia ſinuum & numerorum ſinu toto minorum frequentior eſt vſus: eorum igitur logarithmos abundantes ponimus: aliorum verò defectiuos, etſi contrà feciſſe initio liberum erat.

DE LOGARITHMORVM propoſitionibus,

DI TORINO

CAP. II.

Propoſitio I.

P*Roportionalium numerorum, aut quantitatum, æqui-differentes ſunt Logarithmi.*

Vt proportionalium ſinuum, ſcilicet γω qui ſe habet ad εω. vt ιω. ad λω, Logarithmi reſpectiuè ſunt numeri definientes A C, A E, A H, & A K, (vt per def. 6. patet.) differunt autem A C, & A E differentia C E: atque AH, & A K differentia H K. Sunt autem ex 1. def. & ſuo corollario C E, & H K æquales: æqui-differentes igitur ſunt logarithmi præfatorum ſinuũ proportionalium. Et ita in omnibus proportionalibus.

Nam quas affectiones & ſymptomata Logarithmi ab ortu & geneſi ſua acquiſiuerint, eas impoſterum retineãt, eſt neceſſe. Ab ortu autem & in geneſi ſua imbuuntur hac affectione, & hæc lex illis præſcribitur, vt ſint æqui-differentes, quum

eorum ſinus ſeu quantitates ſint proportionales (prout ex def.Logarithmi,& vtriuſque motus patet, & in conſtructione logarithmorum amplius aliquando patebit,) proportionalium ergo quantitatum æqui-differentes ſunt Logarithmi.

2. *Ex trium proportionalium Logarithmis, duplum ſecundi ſeu medij minutum primo, æquatur tertio.*

Quum, per prop. 1. differentia logarithmorum primi & ſecundi æquetur differentiæ logarithmorum ſecundi & tertij, id eſt, ſecundus minutus primo æquetur, tertio minus ſecundo: Ideo addito ſecundo ad vtrumque æquationis latus proueniet bis ſecundus ſeu duplum ſecundi minutum primo æquale tertio, quod erat probandum.

3. *Ex trium proportionalium logarithmis, duplum ſecundi ſeu medij æquatur aggregato extremorum.*

Ex præcedente prop. 2. duplum ſecundi minutum primo æquatur tertio. Vtrique æqualium laterum adde primum, & exurget duplum ſecundi æquale primo & tertio, id eſt, aggregato extremorum, quod erat demonſtrandum.

4. *Ex quatuor proportionalium logarithmis, aggregatum ſecundi & tertij minutum primo æquatur quarto.*

Quum per 1. prop. ex quatuor proportionalium logarithmis, ſecundus minutus primo, æquetur quarto minus tertio, vtrique æqualitatis lateri, adde tertium, & fient ſecundus & tertius minuti primo æquales quarto, quod erat propoſitum.

5. *Ex quatuor proportionalium logarithmis aggregatum mediorum (ſecundi, ſcilicet, & tertij) æquatur aggregato extremorum, primi videlicet, & quarti.*

Per prop. 4. præcedentem, ſecundus & tertius minuti primo erant æquales quarto: vtrique æqualitatis lateri adde primum, & fiet ſecundus, plus tertio æqualis quarto, plus primo, quod demonſtrandum erat.

6. *Ex quatuor continuè proportionalium logarithmis triplum alterutrius mediorũ æquatur aggregato extremi remoti, & dupli vicini.*

Per ſecundam prop. duplum ſecundi ſeu medij minutum primo eſt æquale tertio: & per tertiam prop. duplum, huius, quod eſt, quadruplum ſecundi minutum duplo primi, æquabitur aggregato ſuorum extremorum, videlicet quarto plus ſecundo.

cundo. Iam ſi ab vtroque æqualitatis latere ſubduxeris ſecundum, fiet triplum ſecundi minutum duplo primi æquale quarto: huius rurſus æqualitatis lateribus adde duplum primi, & exurget triplum ſecundi æquale quarto plus primi duplo: quod probandum ſuſcepimus.

ADMONITIO.

HVc vſque logarithmorum geneſin & ſymptomata explicauimus: quo verò calculo, quaue logiſticæ methodo habeantur, hoc loco explicandum foret. Sed quia ipſum canonem integrum, eiuſque logarithmos omnes cum ſuis ſinibus ad ſingulas quadrantis minutias primas exhibemus, ideo in tempus magis idoneum doctrinam conſtructionis logarithmorum tranſilientes, ad eorum vſum properamus, vt prælibatis prius vſu, & rei vtilitate, cætera aut magis placeant poſt hac edenda, aut minus ſaltem diſpliceant ſilentio ſepulta. Præſtolor enim eruditorum de his iudicium & cenſuram, priuſquam cætera in lucem temerè prolata liuidorum detractationi exponantur.

DESCRIPTIONEM COMPLECTENS tabulæ logarithmorum, & ſeptem eius columnarum.

CAP. III.

Sectio I.

P*Rima columna eſt expreſsè arcuum ab* 0. *in* 45. *Grad. creſcentium: & ſubintelligitur eſſe etiam ſuorum ad ſemicirculum reliquorum.*

2. *Septima autem columna eſt arcuum à quadrante in* 45. *gradum decreſcentium: & ſubintelligitur eſſe etiam ſuorum ad ſemicirculum reliquorum.*

3. *Vnde alterius columnæ arcus, ſunt arcuum alterius è regione reſpondentium complementa.*

4. *Atque*

4. *Atque in prima exprimitur omnis trianguli rectilinei rectanguli angulus acutus minor.*

5. *In ſeptima autem ei è regione collocatur eiuſdem rectanguli angulus acutus minor.*

6. *In ſecunda columna ſunt ſinus arcuum primæ columnæ.*

7. *Suntque hi crus minus ſubtendens minorem angulum rectanguli, cuius baſis, ſeu hypotenuſa eſt ſinus totus.*

8. *In ſexta columna ſunt ſinus arcuum ſeptimæ columnæ.*

9. *Suntque hi crus maius ſubtendens maiorem angulum eiuſdem rectanguli, cuius ſcilicet hypotenuſa eſt ſinus totus.*

10. *Vnde omni triangulo rectilineo rectangulo fit æquiangulum & ſimile ex ſinu toto, & ſinu ſecundæ columnæ, & ſinu ſextæ ei è regione reſpondente.*

11. *Tertia columna continet Logarithmos arcuum, & ſinuum ſiniſtrorum.*

12. *Qui ſunt* Logarithmi *proportionis cruris minoris rectanguli ad eiuſdem hypotenuſam.*

13. *Itemque hi ſunt arcuum, & ſinuum dextrorum Logarithmi complementorum, quos antilogarithmos appellamus.*

14. *Quinta columna continet* Logarithmos *arcuum, & ſinuum dextrorum.*

15. *Qui ſunt logarithmi proportionis cruris maioris rectanguli ad eiuſdem hypotenuſam.*

16. *Itemque hi ſunt arcuum & ſinuum ſiniſtrorum antilogarithmi, ſeu logarithmi complementorum.*

17. *Quarta denique ſeu media columna continet differentias inter logarithmos tertiæ columnæ, & quintæ. Vnde duplex eſt hæc columna, Abundans & defectiua.*

18. *Abundantes, ſunt differentiæ, quæ oriuntur ex ſubſtractione logarithmorum quintæ à logarithmis tertiæ.*

19. *Defectiuę verò, ſunt differentiæ ortæ ex ſubductione logarithmorum tertiæ à logarithmis quintæ: quæ ideo ſunt minores nihilo.*

20. *Differentiæ abundantes dicuntur differentiales numeri, arcuum ſiniſtrorum.*

21. *Suntque logarithmi proportionis minoris cruris rectanguli ad eiuſdem crus maius.*

22 *Item*

22. *Itemque ſunt Logarithmi ſecundorum, ſiue tangentium arcuum ſiniſtrorum.*

23. *Differentiæ autem defectiuæ dicuntur numeri differentiales arcuum dextrorum.*

24. *Suntque Logarithmi proportionis maioris cruris rectanguli ad eiuſdem crus minus.*

25. *Itemque ſunt Logarithmi ſecundorum, ſiue tangentium arcuum dextrorum.*

26. *Omnis etiam arcus ſiniſter, eiuſque ad ſemicirculum reliquus, dicitur arcus complementi arcuum, ſinuum, & Logarithmorum dextrorum, atque differentialium defectiuorum.*

27. *Et contra, omnis arcus dexter, eiuſque ad ſemicirculum reliquus, dicitur arcus complementi arcuum, ſinuum, & Logarithmorum ſiniſtrorum, atque differentialium abundantium.*

ADMONITIONES.

28. *HIc notandum eſt, ſi Logarithmos tertiæ columnæ defectiuos feceris (præpoſito ſcilicet — ſigno,) fient Logarithmi hypotenuſarum, ſiue ſecantium arcuum dextrorum ſeptimæ columnæ.*

29. *Et hi etiam fient Logarithmi proportionis hypotenuſæ rectanguli ad eiuſdem crus minus.*

30. *Et ſi Logarithmos quintæ columnæ defectiuos feceris, fient Logarithmi hypotenuſarum, ſiue ſecantium arcuum ſiniſtrorum primæ columnæ.*

31. *Fient etiam hi Logarithmi proportionis hypotenuſæ rectanguli ad eiuſdem crus maius. Verùm quia ad rectilineorum ſcientiam comparandam, ſoli ſinus, eorumque arcus, & logarithmi cum differentialibus: ad Sphæricorum autem, ſpretis ſinibus, ſoli arcus, & eorum logarithmi, & differentiales ſufficiunt: ideo hypotenuſas & ſecundos tabula excluſimus: ſicuti & ſinus ipſos in ſphæricis negligi volumus, Oſtendemus tamen obiter te poſſe (ſi libuerit) eis omnibus ſatis expeditè in rectilineis uti, in ſphæricis verò minimè.*

CAP.

DE VSV TABVLÆ ET NVMERORVM EIVS. CAP. IV.

Sectio I.

SInuum, tangentium, & ſecantium preciſè in tabulis ſuis repertorum, Logarithmos non minus preciſè dare.

Per ſect. 11, & 14. cap. 3. reperto ſinu dato in ſecunda, aut ſeptima columna noſtræ tabulæ, reperietur eius Logarithmus in eiuſdem lineæ tertia vel quinta columna. Habentur igitur ſic exactè ſinuum tabulatorum logarithmi. Tangentium autem & ſecantium numeris in ſuis tabulis repertis habentur arcus. Ex arcubus verò cognitis noſtra tabula exhibet tangentium logarithmos ſeu differentiales cum ſignis ſuis in media columna per ſect. 22. & 25. Et ſecantium logarithmos reciprocè in tertia & quinta columna, præpoſito tamen his — ſigno per ſect. 28. & 30. Habentur igitur ſinuum, tangentium, & ſecantium tabulatorum logarithmi,

Exempla ſinuum.

SInus 6946584. Logarithmum quæro. Sinum illum præciſè reperio in ſecunda columna reſpondentem arcui 44. Gr. o. m, & in eadem linea tertiæ columnæ adſtat illi 3643149. ſuus logarithmus, quem quæſiui. Item ſinus 7213574. quæratur logarithmus. Sinus hic inuenietur reſpondens arcui 46. Gr. 10. m. & ei vicinus 3266204. logarithmus eius quæſitus.

Exempla tangentium.

QVæratur tangentis 2186448. logarithmus. Huic tangenti in ſua tabula reſpondet arcus 12. Gr. 20. m. & huic arcui in media columna tabulæ noſtræ reſpondet logarithmus, ſeu differentialis abundans 15203064. quæſitus. Item ſi tangentis 45736291. logarithmum quæſiueris, offendes in tabula tangentium eius arcum 77. Gr. 40. m, huiuſque arcus in tabula noſtra differentialem eandem, defectiuam tamen, ſcilicet ∸ 15203064.

Exem-

Exempla ſecantium.

Secanti 18118009. reſpondet in tabula ſecantium arcus 56. Gr. 30. m. & huic arcui in tabula noſtra conuenit reciprocè defectiuus —— 5943212. logarithmus ſecantis 18118009. ſupraſcripti. Sic ſecantis 13118337. inuenies logarithmum —— 2714255. & ſecantis 13960591. offendes logarithmum —— 3336533.

2. *Numerorum datorum, & in tabulis ſinuum, tangentium, & ſecantium non repertorum, logarithmos æſtimare.*

Numerum dato ſimillimum, ſiue is fuerit dati decuplus, centuplus, millecuplus, 10000plus, 100000plus, aut 1000000plus, quære in ſecunda, aut ſexta columna tabulæ noſtræ, aut ſi mauis, in tabulis tangentium, aut ſecantium: & huius arcum nota: eius enim logarithmus è tabula noſtra elicitus, eſt quem quæris: mente tamen reſeruando, aut memoriæ gratiâ notis exprimendo numerum locorum, ſeu figurarum multiplicitatis. Vt ſi quæratur logarithmus numeri 137. in tabulis non reperti: reperies inter ſinus numeros 1544.136714. & 1371564. & inter tangentes 13705046. inter ſecantes verò numerum 13703048, qui eſt omnium dato ſimillimus, dummodò eius vltimæ vel dextimæ quinque figuræ deleri ſubintelligantur: huius ergo ſecantis 13703048. & ſui arcus 43. Gr. 8. m. logarithmus (per præced. aut per ſect. 28. & 30. cap. 3.) quæratur, & inuenietur —— 3150332. qui pro logarithmo dati numeri 137. etiam habetur: recordando tamen vltimas quinque figuras abſcindendas eſſe, aut memoriæ gratia expreſſè hoc modo ſignandas —— 3150332. —— 00000. Similiter ſi per tangentem 13705046. ſuperiùs expreſſum quæſiueris logarithmum numeri 137. ex tangentis illius arcu 53. Gr. 53. m. inuenietur (per ſect. 25.) in media columna —— 3151790. logarithmus illius tangentis 13705046. qui quia excedit 137. datum quinque locis ſeu figuris, ideo —— 3151790. —— 00000. erit logarithmus numeri dati 137. Tanto tamen minus exactus eſt hic logarithmus, quantò magis 13705046. eſt diſſimilis numero 13700000. ſeu centies millecuplo dati: ſed hic error partes $\frac{5046}{10000}$ unitatis

non exuperat. Si tandem per ſinum ſupraſcriptum 1371564. quæſiueris logarithmum dati 137.is (per hanc, & 11.ſect.cap.3.) deprehendetur eſſe 19866327—0000. Nec ſecus operandum erit ſigno † quando numerus figurarum datæ quantitatis excedit numerum figurarum ſinus ei ſimillimi, quod rarò contingit: vt, ſi quæratur numeri ſeu diſcretæ quantitatis 232702. logarithmus, inuenies in tabula ſinum 23271. ei omnium ſimillimum, ſed vnica deeſt huic figura. Huius ergo logarithmo tabulato (per ſect.11.cap.3.) reperto, qui eſt 60631284. adiiciatur vnica cyphra ſigno † interpoſito, & fiet 60631284†0. pro logarithmo numeri 232702. quæſito. Sed modus logarithmos æſtimandi omnium optimus eſt, quo primò creati ſunt: de quo alibi.

3. *Vnde vt ſuperiore prima ſectione logarithmi ſimplices, & puri exhibentur: ita hac præcedente appoſitis cyphris impuri emergunt.*

4. *Similium ſignorum logarithmos addere, eſt aggregatum vtriuſque cum ſigno communi exhibere.*

Vt ex additione —56312. ad —73495. prouenient —129807. Itemque addito 4216. ad †5392. producuntur 9608. Sic 3219—00. ad 4360—000. faciunt 7579—00000.

5. *Diſſimilium ſignorum logarithmos addere, eſt differentiam eorum cum ſigno maioris numeri exhibere.*

Vt ex additione —210. ad 332. producitur †122. Item ex additione —210. ad 192. producitur —18. Sic —210.†000. ad 332—00. ſunt 122†0. Item —210—000. ad 192†00. ſunt —18—0.

6. *Duorum logarithmorum, hic illius defectiuus, ille autem huius abundans propriè dicitur: cum & numerum, & cyphras communes ſeu eoſdem: ſigna verò omnia † & —— penitus contraria habeant.*

Vt abundantis 56312. defectiuus eſt —56312. Item abundantis 56312—00. defectiuus eſt —56312†00. Sic abundantis 56312†00. defectiuus eſt —56312—00.

7. *Abundantem ſubſtrahere, eſt eius defectiuum addere.*

Vt ſubſtrahere abundantem 56312. ex —73495. idem erit, quod addere illius defectiuum, qui (per 6.) eſt —— 56312.

56312. ad eundem — 73495. fientque (per 4. præmiſſam) —— 129807. Sic ſubſtrahere 56312 † 00. ex — 73495 ——000. eſt idem quod addere — 56312 † 00. ad — 73495 — 000. fiuntque (per 4. & 5. præcedentes) —— 129807 — 00000.

8. *Defectiuum ſubſtrahere eſt eius abundantem addere.*

Vt ſubſtrahere defectiuum — 4216. ex † 5392. eſt idem quod addere 4216. ad 5392. & (per 4.) producere 9608. Sic idem eſt ſubſtrahere — 4216 † 00. ex 5392 † 0. quod addere 4216 — ad 5392 † c. & producere 9608 — 0.

9. *Logarithmum numero-tenus augere vel minuere ſaluo valore priſtino, eſt ad illum addere, aut ab eo ſubſtrahere quemuis ex logarithmis ſequentibus, ſcilicet 23025842 † 0. vel 46051684 † 00. vel 69077527 † 000. vel 92103369 † 0000. vel 115129211 † 00000. nihil prorſus ſignificantibus.*

Vt ſit logarithmus 39156 — 0. cui ſi addideris illorum quemuis, vt exempli gratia, 23025842 † 0. fiet inde 23064998. maior numero, valore autem prorſus idem qui 39156 — 0. Namque huius 39156 — 0. logarithmi, quantitas ſeu valor numeralis (per 12. & 13. ſect. ſeq. huius) eſt 9960920. à quibus deme vnicam figuram vltimam prout — 0. notat, & fiet 996092. Illius autem logarithmi 23064998. valor numeralis (per ſeq. ſect. 12. & 13. huius) eſt etiam 996092. idem, qui prius.

Exemplum minutionis.

SIt Logarithmus 25451769. minuendus, à quo ſi ſubduxeris 23025842 † 0. relinquitur 2425927 — 0. eiuſdem valoris, cuius prior hic 25451769. Nam ſimplicis & puri logarithmi 2425927. valor eſt decuplus valoris vtriuſuis eorum. Sunt ergo eorum valores inuicem æquales. Nihil enim aliud ſignificat additio logarithmi 23025842 † 0. quam quod valor numeri cui additur, ſit decupartiendus, & huic decimæ parti cyphra vnica ſit adjicienda: ſubſtractio verò eiuſdem ſignificat valorem logarithmi à quo ſubſtrahitur decuplari, & ab hoc decuplo

cyphram vnicam abiici: remanet itaque in vtrâque priſtinus valor. Sic 46051684 † 00. additus ſignificat ad centeſimam partem valoris duas cyphras aduci: & ſubſtractus, quod à centuplo duæ cyphræ reiiciantur: & ſic de reliquis ſuprà expreſſis.

10. *Si itaque ad logarithmum minutum aliquod cyphris addideris, aut à logarithmo aucto cyphris ſubſtraxeris aliquem ex logarithmis ſuprascriptis totidem cypbrarum, producetur ex impuro logarithmus purus eiuſdem valoris.*

Vt in ſuperiore primo exemplo ſit logarithmus impurus 39156 — 0. purgandus à cyphra ſua & —ſigno, adde ergo illi 23025842 † 0, fiet inde, vt ſupra 23064998. logarithmus purus priſtini valoris. Sic à logarithmo 63584468 † 00. impuro ſi ſubſtraxeris 46051684 † 00. totidem ſcilicet cyphrarum, relinquetur logarithmus 17532784. purus, & eiuſdem valoris, cuius prior ille impurus.

11. *Si ad logarithmum numero defectiuum addideris, aliquem ex ſupradictis logarithmis nonæ ſectionis numero maiorem, proueniet logarithmus eiuſdem valoris numero abundans.*

Vt ad logarithmum — 28595270 — 0000. adde quemuis ex numeris nonæ ſectionis numero majorem, v. g. 46051684 † 00. & fiet inde 17456414 — 00. eiuſdem valoris, & numero abundans.

12. *Logarithmorum in tabula noſtra numero-tenus inuentorum ſinus, tangentes, ſecantes ſeu numerales valores quoſcunque exhibere poteris, per cap. 3. ſect. 11. 14. 22. 25. 28. 30. ſiue ſint puri, ſiue impuri.*

Vt logarithmo 36. graduum & 40. minutorum, qui eſt 5155724. in tertia columna, reſpondet ſuus ſinus 5971586. in ſecunda: & eius defectiuo — 5155724. reſpondet in tabula ſecantium 16745970. ſecans 53. Gr. 20. m. Item logarithmo differentiali 2950794. in quarta columna, reſpondet tangens (in ſua tabula) 7444724 & eius defectiuo 2950794. reſpondet tangens 13432331. graduum ſcilicet. 53. & 20. minut. Sic logarithmi 2204930. in quinta columna numeralis valor eſt in ſexta columna 8021232. ſinus ſcilicet gr. 53. & 20. m. & eiuſdem defectiui ſcilicet —

2204

2204930. numeralis valor eſt ſecans 12466913. conueniens gradibus 36.& 40.min.

Exemplum impurorum.

SIt logarithmi impuri 97796 — o. inquirendus valor. huic numero-tenus reſpondet in tabula noſtra ſinus 9902681.à quo aufer dextimam figuram (provt — o. indicat) & fient 990268. valor logarithmi 97796—o. quæſitus. Sic logarithmi 25451769†00. valor eſt 78459100.quia logarithmo 25451769. puro reſpondet in tabula noſtra ſinus 784591. Item logarithmi —349136 —00.in quarta columna, apud gradum 46. reperti, valor erit 103553.quia tangens 46. graduum eſt 10355302. Sic logarithmi —6350305—00. in tertia columna apud gradum 32. reperti, valor eſt 188708, quia ſecans complementi 32. graduum, ſcilicet 58. graduum, eſt 18870800.cuius duæ vltimæ & dextimæ figuræ 00.delendæ ſunt propter —00. annexa logarithmo.

13. *Logarithmorum datorum, in tabula noſtra non repertorum numerales valores æſtimare.*

Ad vulgates Geodeſias ſufficit plerumque, logarithmi tabulati propinquioris dato, numeralem valorem pro dati accipere: verùm ſi propius ad meram accedere deſideras, logarithmum datum per nonam huius numero-tenus auge, vel minue ſaluo valore priſtino, donec aut in tabula reperiatur, aut alicui tabulato ſatis ſimilis deuenerit, & huius logarithmi valor per præmiſſam inuentus, eſt quem quæris, vt exempli gratia, quæratur valor huius logarithmi 23149721 † o. cui in tabula non reperitur ſimilis vel ſatis propinquus. verùm ſi ab illo ſubduxeris 23025842 † o. relinquetur 123879. cui ſub 81.gradu reperietur ſatis propinquus & ſimilis 123881. cuius ſinus 9876883. per præmiſſam inuentus, eſt valor oblati logarithmi 23149721 † o.quæſitus.

ADMO

ADMONITIO.

PRo hac ſectione, & ſecunda huius monitum volumus, numerorum datorum logarithmos, & contra logarithmorum datorum numerales valores (vbi non reperiuntur in tabula) omnium accuratiſſimè exhiberi per modum ipſum quo creantur, aut reſoluuntur logarithmi, qui eſt, vt à ſinu dato per media Geometricè proportionalia deſcendas, donec in proximè minorem ſinum tabulatum perueneris: ſimiliter ab huius logarithmo tabulato deſcendas etiam per totidem media Arithmetica congrua & horum vltimus erit illorum primi logarithmus: & contra per reſolutionem, vt à logarithmo dato per media Arithmetica in logarithmum tabulatum proximè minorem deſcendas, & ab huius valore tabulato ſimiliter etiam deſcendas per totidem media Geometrica & congrua: & horum vltimus erit numeralis valor illorum logarithmorum primi. Verùm quæ æqui-differentia Arithmetica cuique continuatæ proportioni Geometricæ conueniat & ſit congrua, exquirere non eſt mediocris ingenij. Quare de his (Deo aſpirante) vbi de logarithmis condendis & creandis agetur, amplius aliquando diſſeremus.

DE AMPLISSIMO LOGARITHMOrum vſu, & expedita per eos praxi.

CAP. V.

Problema I.

EX trium proportionalium Logarithmis, dato logarithmo medio & altero extremo, reliquum extremum, eiuſve proportionalem, vel arcum, per vnicam duplationem & ſubſtractionem dare.

Quum

Quum per ſecundam prop.cap.2.duplum medii(ſcilicet logarithmi)minutum altero extremorũ æquetur reliquo, ideo à duplo medii logarithmi dati aufer logarithmum extremi datum,& relinquetur logarithmus extremi quæſiti:cui in tertia, quarta, aut quinta columna tabulæ inuentæ reſpondet arcus in prima & ſeptima: ſinus autem in ſecunda, aut ſexta:& ſui ſecantes aut tangentes in tabulis ſuis per cap.3.ſect. 1.2.6.8.11.14.22. 25.28.30. pro extremo quæſito habentur.

Exemplum.

DEntur 10000000.primũ proportionale,& 7071068. ſecundum, quæratur tertium. Id vulgò exquiritur medium in ſe quadratè multiplicando,& hoc quadratum per primum diuidendo. Sed nos facilius medii logarithmum 3465735. duplando, & ab hoc duplo, quod eſt 6931470. logarithmum primi (qui eſt 0) auferendo:& ita reſtat 6931470. logarithmus quæſitus:cuius arcum 30. graduum,& ſinum 5000000.(ſcilicet proportionale quæſitum)iuxtà eum inuenies.Sunt ergo 10000000.7071068. 5000000.tria proportionalia, quorum vltimum ſola duplatione,& ſubſtractione acquiſiuimus,quod polliciti ſumus. Item duo proportionalia 10562556. primum, & 7660445. ſecundum,aut ſaltem eorum logarithmi —— 547302. & 2665149. dentur. Tertium ſic habebis. Ab huius duplo 5330298. aufer —547302. & (per 8.ſect. cap.4.) producitur logarithmus 5877600. 33. grad.& 45. min.cuius ſinus 5555702.eſt tertiũ proportionale quæſitũ.

Problema 2.

Ex trium proportionalium logarithmis,datis logarithmis extremis,medium,eiuſque proportionale,& arcum per vnicam additionem & bipartitionem dare.

Quum per ſect. 3. cap. 2. duplum logarithmi medij æquetur aggregato extremorum,ideo extremorum logarithmos adde:productum bipartire, & emerget logarithmus medij:atque inde medium & medij arcus innoteſcit in columnis,& per ſectiones,vt ſupra.

Exempli gratia.

Dentur extrema 10000000.& 5000000.quæratur medium. Id vulgò acquiritur multiplicando data illa inuicem,& producti radicem quadratam extrahendo. Verùm nos ſic facilius.Datos extremorum logarithmos,0.primi, & 6931470. vltimi addimus, & aggregatum 6931470. bipartimur,fietque 3465735. optatus medij logarithmus. Vnde ipſum medium 7071068,& eius arcus 45. Gr.ratione ſupradicta habentur. Item ſint extrema data 10562556. & 5555702. eorum logarithmi — 547302. & 5877600. Horum additorum ſumma eſt 5330298.per ſect. 5. cap. 4. quam bipartimur,& fit 2665149.logarithmus, & eius arcus 50. graduum: Et ſinus, ſeu medium proportionale quæſitum eſt 7660445. ſola additione, & bipartitione inuentum.

Problema 3.

Ex quatuor proportionalium logarithmis,datis tribus, eorumve arcubus,inuenire quartum logarithmum, eiuſque ſinum, & arcum per vnicam additionem,& ſubſtractionem.

In hoc problemate quæſitum ſemper pro quarto ſtatuimus, ita vt datorum primum ſe habeat ad ſecundum, vt tertium ad quæſitum.Quumque ita conſtitutorum aggregatum ex logarithmis ſecundi & tertij minutum logorithmo primi æquetur quarti logarithmo per 4. ſect. cap. 2. Ideo logarithmos ſecundi & tertij adde, & hinc aufer logarithmum primi,&prouenìet logarithmus quarti quæſiti:& inde ipſum quartum,& eius arcus.

Exempli gratia.

Sit vt 7660445. ad 9848078. ita 5000000.ad quartum. quod quærimus.Hoc vulgus acquirit ducendo ſecundum in tertium, & diuidendo per primum. Tu autem ſic facilius logarithmos ſecundi 153088.& tertij 6931469.addes, fiet 7084557. à quo auferes logarithmum primi, qui eſt 2665149,& relinquetur 4419408.logarithmus quarti:cuius ſinus 6427876.eſt ipſum quartum deſideratum, & eius arcus eſt 40. graduum. Idem proueniret ſi (ſpretis finibus

bus) ſolum darentur tres ſui arcus 50. Gra. 80. Gr. & 30. Gr. Namque ex logarithmis arcuum 80. Gr. & 30. Gr. ablato logarithmo 50. Gr. remanebit logarithmus 40. Gr. Et ita ipſe arcus 40. Gr. innoteſcet abſque ſinibus, eorumve multiplicatione aut diuiſione, prout initio polliciti ſumus.

Aliud exemplum.

SIt vt tangens ſeu fœcundus numerus 43. Gr. ad ſinum 57. Gr. ita fœcundus ſeu tangens 35. Gr. ad ſinum quartum tacitum, cuius arcum neglectis & ſpretis tam ſinibus quàm tangentibus, ſic inueniemus. Logarithmum differentialem 35. Gr. ſcilicet 3563784. in media columna inuentum ad logarithmum 57. Gr. videlicet 1759372. in quinta columna locatum addimus: à producto videlicet 5323156. differentialem 43. Gr. qui eſt 698698. ſubducimus, & relinquitur 4624458. Logarithmus quarti (ſinus ſcilicet,) quo in tertia columna per 11. ſect. cap. 3. reperto, reperies juxta eum in prima colũna 39. Grad. 2. minut. ferè qui eſt arcus quæſit' quarti proportionalis ſeu ſinus ſpreti.

Hac ratione proportionalium arcus, abſque eorum ſinibus, tangentibus, ſecantibus, aut proportionalibus quibuſcunque acquiruntur.

Quod certè compendium ad triangulorum planorum angulos dimetiendos, & ad vniuerſam ſphæricorum Trigonometriam conducit plurimum: vt ſuo loco patebit.

Problema 4.

Quatuor continuè proportionalium datis extremis eorumve arcubus, mediorum quodvis, eorumve arcuum quemuis inuenire, inducta ſimplici tripartione pro ardua cubicæ radicis extractione.

Quum in horum Logarithmis, triplum cuiuſque medij æquetur aggregato extremi remoti & dupli vicini, per prop. 6. cap. 2. Ideo duplum logarithmi extremi alterutrius ad logarithmum extremi reliqui adde, & productum tripartite, & proueniet logarithmus medij priori extremo proximi, & eodem modo alterum medium. Vt exempli gratia: Sint extrema, primum 4029246. vltimum verò

10562556. Quæruntur media, quæ abſque extractione radicis cubicæ ſic inuenies. Datorum logarithmi ſunt 9090051. & — 547302. ad illius duplum 18180102. adde hunc, & fiet 17632800. qui tripartitus producit 5877600. Logarithmum, cuius ſinus 5555702, eſt prius mediũ quæſitum. Item ſimili modo ad huius — 547302. duplum, quod eſt — 1094604. adde illum 9090051, & producetur 7995447. qui tripartitus producit 2665149. Logarithmum, cuius ſinus 7660445. eſt poſterius medium etiam quæſitum. Quatuor itaque proportionalia continua ſunt 4029246. 5555702. 7660445. & 10562556.

Aliud exemplum.

SInt extrema data 14142135. & 5000000. illius in tabula ſecantium inuenti logarithmus in tabula noſtra eſt — 3465735. huius verò 5000000. logarithmus eſt 6931470. cuius duplo 13862940. adde — 3465735. fiet 10397205. quem tripartire, & fit † 3465735. logarithmus medij proportionalis minori extremo 5000000. proximi, quod eſt 7071068. Sic duplo — 3465735. quod eſt — 6931470. adde † 6931470. & fiet inde 0. ſeu nihil, quod tripartitum etiam reddit 0. cuius ſinus & valor eſt 10000000. pro reliquo & maiore medio. Quatuor itaque hæc continuè proportionalia ſunt 14142135. 10000000. 7071068. 5000000.

CONCLVSIO.

EX his prælibatis iudicent eruditi quantum emolumenti adferent illis logarithmi: quandoquidem per eorum additionem multiplicatio, per ſubſtractionem diuiſio, per bipartionem extractio quadrata, per tripartitionem cubica, & per alias faciles proſtaphæreſes omnia grauiora calculi opera euitantur: cuius rei ſpecimen generale hoc priore libro exhibuimus. Sequente autem de eorundem proprio & particulari vſu in nobili illa Geometriæ ſpecie, quæ Trigonometria dicitur, tractaturi ſumus.

FINIS PRIORIS LIBRI.

LIBER SECVNDVS
DE CANONIS
MIRIFICI LOGARITHMORVM
PRÆCLARO VSV IN
Trigonometria.

CAP. I.

QVVM Geometria ſit ars benè metiendi, Dimenſio ſit magnitudinum propoſitarum, magnitudines figuram (potentia ſaltem) conſtituant, figura ſit triangulum, aut triangulatum: Triangulatum verò compoſitum ſit ex triangulis, quibus ſuiſque, partibus menſuratis, menſurabitur & illud, illiuſque partes omnes. Certum igitur eſt ex triangulorum doctrinâ omnis Geometricæ quæſtionis Solutionem Logiſticam pendere.

Triangulum aut rectilineum eſt, aut Sphericum.

De Rectilineis, prop. 1.

R*Ectilinei tres anguli æquantur duobus rectis.*

Vnde duobus datis, aufer eorum aggregatum ex 180 gradibus, & proueniet tertius. Item vnico ex 180. gradibus ablato, reſtat reliquorum duorum aggregatum.

Rectilineum aut rectangulum eſt, obliquangulum.

In rectangulis crura vocamus, quæ rectum angulum ambiunt: hypotenuſam, quæ ſubtendit.

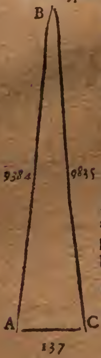
Propoſitio 2.

In rectangulo Logarithmus cruris æquatur aggregato ex Logarithmo anguli ei oppoſiti, & Logarithmo hypotenuſæ.

Quum ex Trigonometriæ principiis pateat, alterutrumuis crus ſe habere ad ſinum anguli ei oppoſiti, vt hypotenuſa ad ſinum totum: & (per prop. 5. cap. 2. lib. 1.) horum quatuor proportionalium logarithmi ſecundi & tertij, æquentur logarithmis primi & quarti: quarti autem logarithmus ſit o, ſeu nihil (per collarium 6. def. cap. 1. lib. 1.) Ideo (vt ſupra) logarithmus cruris æquatur aggregato ex logarithmo anguli quem ſubtendit, & logarithmo hypotenuſæ.

Corollarium.

Vnde hypotenuſæ, cruris, & anguli quem ſubtendit, duobus quibuſcunque datis, tertium, atque inde in reliqua omnes rectanguli partes innoteſcent.



Quia enim hæc tria cum ſinu toto conſtituunt quatuor proportionalia, certum eſt eorum quodvis quarto loco poſſe conſtitui, & per 3. probl. cap. 5. lib. 1. acquiri.

Vt trianguli oblati A. B. C. in A rectanguli, detur hypotenuſa B. C. 9385, cum crure A B 9384. Quæruntur anguli obliqui C. & B. Ex logarithmo igitur A.B. 635870——000. aufer logarithmum B C. 634799 —— 000. Superſunt 1071 logarithmus anguli C, cui in tabula reſpondent $89\,g\,9'\frac{3}{4}$ pro angulo C. & ex aduerſo $0\,g\,50'\frac{1}{4}$ pro eius complemento, angulo ſcilicet B.

Vice verſa ſi detur angulus C, cum crure recti anguli A.B. & quæratur hypotenuſa B.C.

Ex Logarithmo A. B. 635870 — 000 aufer Logarithmum anguli C. 1071, & prouenient 634799 — 000 Logarithmus B.C. 9385 hypotenuſæ quæſitæ.

Tertio ſi datis B.C, & angulo C. quæratur A B: adde Logarithmum B.C. 634799 — 000, ad 1071 Logarithmum anguli C., & producentur 635870 — 000 Logarithmus numeri 9384 cruri A. B. quæſito reſpondentis. Nec ſecus ipſum crus reliquum A. C. ex angulo B. (qui eſt complementum anguli C.) jam cognito habetur. Atque ita omnes huius rectanguli partes innoteſcunt.

Propoſitio 3.

In rectangulo logarithmus cuiuſvis cruris, eſt æqualis aggregato ex differentiali oppoſiti anguli, & logarithmo reliqui cruris.

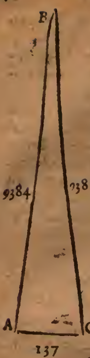
Quum ex vulgari doctrina triangulorum conſtet, quod alterutrum crus ſe habeat ad tangentem ſibi oppoſiti anguli, vt reliquum crus ad ſinum totum: & quum (per prop. 5. cap. 2. lib. 1.) ex his quatuor proportionalibus logarithmi mediorum (id eſt, differentialis anguli, & logarithmus cruris eum ambientis) æquentur logarithmis cruris eundem ſubtendentis, & ſinus totius (qui eſt nihil, ſeu 0.) ideo logarithmus cruris eſt æqualis aggregato, &c. vt ſupra.

Corollarium.

Vnde ex cruribus recti, & angulo alteri eorum oppoſito, duobus quibuſcunque datis, tertium (per hanc,) atque proinde cætera omnes rectanguli partes (per præced.) innoteſcent.

Quandoquidem hæc tria cum ſinu toto conſtituant quatuor proportionalia, certum eſt eorum quodvis quarto loco poſſe collocari, & per 3. probl. cap. 5. lib. 1. acquiri.

Vt præcedentis trianguli A B C, in A rectanguli datis cruribus AB, 9384. & AC, 137. Quæratur angul⁹ B. Ex Logarithmo A C,



A C,42924534—000. aufer 635870—000,Logarithmum A B. & prouenient 42288664.differentialis anguli B, o g̅ 56. ii, quæſiti. Verum ſi dentur crus A C,137:& angulus B. 6 g̅ 56.ii, habebitur crus A B auferendo 42288664.differentialem anguli B. à Logarithmo A C.qui eſt 42924534 —— 000. Inde enim prouenient 635870 —— 000.eſt logarithmus numeri 9384. qui crus eſt A B. quæſitum. Tertiò datis crure A B,9384.& angulo B,0 g̅, 56. ii: vt habeatur crus A C.adde 635870 — 000.Logarith.cruris A B.ad 42288664, differentialem anguli B. & prouenient 42924534 —000 , Logarithmus 137 , cruris A C,quæſiti. Hypotenuſa autem B C per præced. prop. habetur. Angulus etiam C,patet,quum ſit complementum anguli B,jam cogniti.Et ita per hanc,& præmiſſam, ex latere quouis,& parte alia quauis rectanguli datis reliquæ omnes eius partes innoteſcent.

Completam ergo habes rectangulorum rectilineorum ſcientiam:ſequitur obliquangulorum.

DE TRIANGVLIS RECTILINEIS præſertim obliquangulis.

CAP. II.

Propoſitio 4.

IN omni triangulo,aggregatum ex Logarithmis anguli cuiuſvis, & lateris eum ambientis,æquatur aggregato ex logarithmis lateris,& anguli eis oppoſitorum.

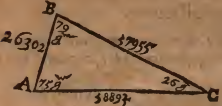
Quia omnium laterum ad oppoſitorum angulorum ſinus eadem eſt ratio:& ita factum ex anguli cuiuſvis ſinu recto,& latere quouis eum ambiente,æquatur facto ex latere ſubtendente priorem angulum,& ſinu anguli ſubtēſi à

ſi à priore latere. Ideo (per prop. 5. cap. 2. 1.) aggregatum ex Logarithmis &c. æquatur. vt ſupra.

Corollarium.

Vnde ex duobus angulis quibuſcunque datæ ſpeciei, & ſuis ſubtendentibus, ſi tria dantur, quartum quodcunque, atque inde cæteræ omnes trianguli partes innoteſcent.

Horum enim quatuor proportionaliū quodvis quæſitū poteſt quarto loco conſtitui, & per 3. probl. cap. 5. lib. 1. inueniri.



Vt obliquanguli A. B. C detur A B. 26302, & B C. 57955, & angulus C. 26 graduum: Quæraturque angulus A, qui ſic habetur. Adde 5454707 —00 Logarithmū B C. ad 8246889 logarithmum ſcilicet C 26 graduum, & fient 13701596 — 00. Hinc aufer logarithmum A B, qui eſt 13354921 — 00, reſtant 346675 logarithmus 75 graduum, & paulò pluris, anguli ſcilicet, A quæſiti, ſi A prædicatur acutus: alioqui 105 g (per 1. & 2. ſect. cap. 3. lib. 1.) ſi pronuncietur obtuſus.

Vice verſa ſi detur angulus A jam 75 graduum, atque angulus C. & latus B C. vt ſupra; & quæratur A B. adde 5454707 — 00 logarithmum B C. ad 8246889 logarithmum anguli C, fient, vt ſupra, 13701596 — 00 à quibus aufer 346675 logarithmum anguli A, prouenient 13354921 — 00 logarithmus lateris A B, & numeri eius 26302 quæſiti. Habitis jam angulis A. 75 g & C. 26 g, erit angulus B. 79 gr. per 1. huius. Ex quo jam habito, non ſecus acquiritur latus ei oppoſitum A C. 58892, quàm nuperrimè ex angulo C. innotuit latus ei oppoſitum A B. Itaque jam patent omnes huius obliquanguli partes.

In obliquangulis crura vocamus, quæ angulum quemvis ambiunt: baſim quæ ſubtendit.

Propoſitio 5.

In obliquangulis, logarithmus aggregati crurum ſubductus à

E ſumma

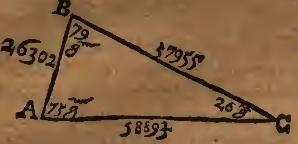
ſumma facta ex logarithmo differentiæ crurum, & differentiali ſemi-aggregati ſuorum oppoſitorum angulorum, relinquit differentialem ſemi differentiæ eorundem.

Quia, vt aggregatum crurum ad differentiam crurum, ita tangens ſemi-aggregati ſuorum oppoſitorum angulorum, ſe habet ad tangentem ſemi-differentiæ eorundem. Vnde analoga ſunt, & (per prop. 1. cap. 2. lib. 1.) eorundem differentiæ ſeu exceſſus ſunt æquales. Neceſſariò igitur (per prop. 4. cap. 2. lib. 1.) concludimus vt ſupra.

Corollarium.

Vnde ex duobus cruribus, & angulo comprahenſo, innoteſcunt (per hanc) anguli reliqui oppoſiti: atque inde (per præmiſſam) reliquum latus.

Nam ſubducto logarithmo aggregati crurum, à ſumma facta ex logarithmo differentiæ crurum, & differentiali ſemi aggregati oppoſitorum angulorum additis, proueniet differentialis ſemi differentiæ eorundem angulorum: quâ ſemi-differentia addita ad ſemi-aggregatum dictum, proueniet angulus maior, & ſubſtracta minor.

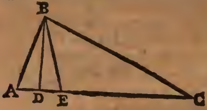


Vt repetiti ſuperioris obliquánguli ABC dentur crura, A B. 26302, & B C. 57955, & angulus compræhenſus B. 79 graduum. Quærantur autem reliqui anguli A. & C. Aggregatum crurum A B. & B C eſt 84257, eiuſque logarithmus eſt 24738819 — o. differentia autem eorundem A B, & B C eſt 31653, eiuſq; Logarithm. eſt 34529210 — o. Quumque B angulus detur 79 g erit (per 1. huius) aggregatum angulorum A & C, graduum 101, ſemi-aggragatum verò 50 g 30, cuius differentialis eſt —1931766, quo ad 34529210 — o addito, fient 32597444 — o. hinc ablatis 24738819 — prouenient † 7858625 differentialis graduum 24.36, qui ſunt ſemi-differentia angulorum A & C quæſitorum. Hanc ergo ſemi-differentiam 24. 36 adde ad ſe

ad ſemi-aggregatum 59.36, fient 75 gradus, pro angulo A quæſitorum maiore, & ſubſtrahe eoſdem $24\frac{1}{2}$ gradus ab eiſdem $50\frac{1}{2}$ gradibus, & relinquentur 26 gradus pro angulo B quæſitorum minore.

Definitio.

In obliquangulis vera baſis ſemper eſt vel aggregatum caſuum: & tunc differentia caſuum baſis alterna vocatur: vel vera baſis eſt differentia caſuum: & tum aggregatum caſuum vocamus alternam.



Vt trianguli A B C. caſus minor eſt A D: caſus maior eſt D C. Caſuum aggregatum A C eſt baſis vera. Et in hoc triangulo aufer caſum minorem A D, ſeu ei æqualem D E à caſu majore D C, relinquetur differentia caſuum E C, quam baſim alternam vocamus. Contrà verò in triangulo E B C caſus minor eſt D E (cui æquatur D A) Caſus maior eſt D C, & caſuum differentia E C eſt baſis vera. Caſuum autem aggregatum, ſcilicet A C, baſim alternam vocamus.

Propoſitio 6.

In obliquangulis ſumma logarithmorū aggregati & differentiæ crurū, eſt æqualis ſummæ Logarithmorum baſium, veræ, & alternæ,

Quia baſis vera ſe habet ad aggregatum crurum, vt differentia crurum ad baſim alternam: Ideo (per prop 5 cap. 2. lib. 1.) neceſſariò concludimus, baſium logarithmos æquari logarithmis aggregati & differentiæ crurum, vt ſupra.

Corollarium.

Vnde ex obliquangulo datorum laterum, fiunt duo rectangula notarum hypotenuſarum cum altero cuiuſque crure, quæ (per 2. huius) reliquas etiam omnes obliquanguli partes notas redaunt.

Nam addito logarithmo aggregati crurum ad logarithmum differentiæ crurum, & hinc ablato logarithmo baſis veræ, proueniet logarithmus baſis alternæ, per prop. 4. cap. 2. & probl. 3. cap. 5. lib. 1. Harum itaque baſium ſemi-ag-

gregatum eſt caſus maior: ſemi-differentia verò caſus minor. Vt ſuperioris trianguli A B C dentur latera, videlicet crus A B 26302, & crus B C 57955, & baſis A C 58892, & quærantur cætera. Aggregatum crurum eſt 84257, eiuſque logarithmus eſt 24738819 — o. Differentia crurum eſt 31653, eiuſque logarithmus eſt 34529210 — o. Hos logarithmos adde, fient inde 59268029 — oo, à quibus aufer 5293461 — oo logarithmum baſis A C, reſtant 53974568 logarithmus numeri 45286 baſis alternæ: quam ad veram adde, fient inde 104178, quorum dimidium eſt 52089, D C. caſus maior. Eandem ab eadem aufer, fient inde 13606, quorum dimidium eſt 6803, A D caſus minor.

Rectanguli itaque A D B. habitis iam hypotenuſa A B, & crure altero A D. atque rectanguli B D C habitis hypotenuſa B C, & crure D C, innoteſcunt (per 2. huius) anguli rectangulorum apud A & B & C, & per conſequens omnes etiam obliquanguli oblati partes ex præmiſſis propalantur.

Nec ſecus agendum foret ſi darentur latera trianguli E B C, & cæteræ partes quærantur. Ex cruribus enim & baſi vera E C, innoteſcit baſis alterna A C. atque ex his vterque caſus, & cætera, vt ſupra.

CONCLVSIO.

PErfectam igitur & completam iam habes omnium triangulorum rectilineorum doctrinam, quæ ſi aliquantulum operoſa in Logarithmis rectarum variabilium inueniendis videatur: In motibus tamen planetarum computandis (in quibus ſcilicet eccentricitates orbium, elongationes Augium & apogæorum, epicyclorum diametri, & aliæ rectæ, eadem & inuariabiles permanent) eorum logarithmi exactè ſemel notati, ſemper in poſterum, ſine vlla mutatione ſubſeruient, miranda certè facilitate, & certitudine.

Sequuntur iam Sphærica triangula, omnium difficillima, vt vulgò ab aliis tractantur, per Logarithmos *tamen noſtros, omnium facillima.*

DE

DE TRIANGVLIS SPHÆRICIS.

CAP. III.

Sententia I.

IN triangulis Sphæricis angulus omnium quadranti quantitate proximus, & latus eum ſubtendens dubia ſunt, An eiuſdem, an diuerſa ſint ſpeciei, niſi id aut computus, aut hypotheſis prodat.

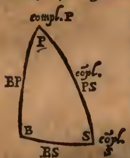
2. *Duorum vero obliquiorum angulorum quilibet eſt eiuſdem ſpeciei, cuius eſt latus eũ ſubtendẽs. Vnde alterius data, reliqui patet ſpecies.*
3. *Si trianguli angulus aliquis propinquior ſit quadranti, quàm latus eum ſubtendens, erunt duo eius latera eiuſdem ſpeciei, & tertium quadrante minus.*
4. *Si verò trianguli latus aliquod propinquius ſit quadranti, quàm eo ſubtenſus angulus: erunt duo eius anguli eiuſdem ſpeciei, & tertius quadrante maior.*
5. *Triangulum Sphæricum aut eſt quadrantale, aut non.*
6. *Quadrantale eſt cuius aut latus, aut angulus æquatur quadranti.* Vnde non rectanguli quadrantalis ſcientiam æquè facilè, ac rectanguli comparari poſſe, docemus.
7. *Quadrantale triangulum aut eſt multiplex, aut ſimplex.*
8. *Multiplex quadrantale aut eſt trirectangulum, aut birectangulum.*
9. *Trirectangulum eſt cuius ſingulæ partes quadranti æquantur.*
10. *Vnde omne triangulum, cuius trium partium non oppoſitarum ſingulæ quadranti æquantur, Trirectangulum eſt.*
11. *Birectangulum eſt, cuius duo tantum anguli, & ſua ſubtendentia latera ſigillatim quadranti æquantur.*
12. *In omni birectangulo angulus obliquus æquatur ſuo ſubtendenti lateri.*
13. *Omne Triangulum cuius pars aliqua æquatur quadranti, & angulus aliquis obliquus æquatur ſuo ſubtendenti, Birectangulum eſt.*
14. *Omne Triangulum habens duas quaſcunque partes ſigillatim quadranti æquales, & tertiam inæqualem, Birectangulum eſt.*
15. *Cætera quadrantalia ſimplicia dicuntur.*

DE SIMPLICIBVS QVADRANTALIBVS.

CAP. IV.

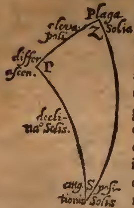
1. *QVadrantale ſimplex eſt, cuius vnica tantùm pars quadranti æquatur, cætera autem quinque partes ſunt non quadrantes.*

2. *Harum quinque partium non quadrantium, Tres quæ à recto angulo, ſeu quadrante latere, ſitu remotiores ſunt, in ſua complementa conuertimus, & retento priſtino ordine omnes quinque in circularem, ſeu pentagonalem ſitum ſtatuimus. & circulares vocamus.*



Sit primo triangulum B P S in B rectãgulum. Eius quinque partes obliquæ, ſeu non quadrantes, ſunt hæ. B P latus ambiens rectum. P angulus obliquus alter. P S latus ſubtendens rectum. S angulus reliquus obliquus. S B reliquum latus ambiens rectum. Pro quibus nos facilioris calculi gratiâ aſſumimus latus, B P ipſum: complementum anguli P. Complementum lateris P S, complementum anguli S, atque ipſum latus SB, & ſeruato naturali ſitu has quinq; partes ordine ſtatuimus, vt à margine, & circulares vocamus.

Similiter ſit ſecundò triangulum quadrantale ſimplex, non rectangulum (ex centris ſolis orientis, poli, & zenith factum) S P Z, in latere Z S quadrantale.



Eius quinque partes non quadrantes priſtinæ ſunt. Z angulus alter ambitus à latere quadrante. Latus P Z diſtantia poli à zenith. P angulus ſubtenſus à quadrante. Latus P S diſtantia poli à Sole, & angulus denique S alter angulorum quos quadrans ambit. Pro quibus nos ad faciliorem computum noſtrũ aſſumimus, ipſum angulum Z, ſeu P Z S, qui eſt arcus plagæ Solis à ſeptentrione. Complementum P Z, quod eſt ipſa eleuatio poli: Comple

Complementum anguli P, ſeu angeli Z P S, quod eſt differentia aſcenſionis, id eſt, differentia temporis ortus vel occaſus Solis ab hora ſexta. Complementum lateris P S quod eſt Solis declinatio: & angulum ipſum S ſeu P S Z, quem angulum poſitionis Solis, reſpectu ſcilicet poli & zenith, vocamus. Has quinque partes etiam circulari vel pentagono ſitu ſtatuimus, vt à margine, & circulares vocamus. Nec



aliæ fient circulares partes ſuperioris trianguli rectanguli B P S, ſi P polum, S ſolem, & B cardinalem borealem ſeu ſeptentrionalẽ poſuerit. Fient enim latus B P eleuatio poli, complementũ P differentia aſcenſionalis, Complementum P S declinatio ſolis, complementum S angulus poſitionis ſolis: ac denique B S plaga ſolis. Quæ ſunt eædem prorſus circulares partes, quæ ſuprà, & eodem ſitu leuorſum quo ille dextrorſum diſpoſitæ. Et ita in omnibus quadrantalibus tam rectangulis, quàm non rectangulis.

Corollarium.

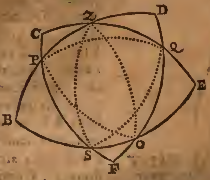
3. *Hinc fit quod plurima ſint triangula in partibus ſuis naturalibus haud conformia, quæ in partibus his circularibus prorſus conueniunt, & hac noſtra circularium methodo reſoluuntur.*

Vt ſatis lucidè apparet in duobus ſuperioribus triangulis B P S, & P Z S coniunctis. In quibus omnes naturales partes (præter P S & B S huius, & P S & P Z S illius) prorſus differunt: circulares verò partes omnes (*vt* ſuprà dictum eſt) conueniunt.

4. *Hæc circularium partium vniformitas manifeſtiſſimè patet in rectan*

rectangulis factis in ſuperficie globi ex quinque circulis magnis, quorum primus ſecet ſecundum, ſecundus tertium, tertius quartum, quartus quintum, quintus denique primum ad rectos angulos: reliquæ verò ſectiones omnes ad angulos obliquos fient.

Exempli gratia: Meridianus regionis D B, ſecat horizontem B E in puncto B Horizon B E ſecat circulum E C, qui ſolem ambit (id eſt, qui circa ſolem tanquam polum ducitur) in puncto E. Circulus E C, qui ſolem ambit, ſecat meridianũ



ſolis C F in puncto C. Meridianus ſolis C F æquatorem F D in puncto F: & tandem æquator F D ſecat meridianum regionis D B in puncto D. Et omnes hæ quinq; ſectiones in punctis. B. E. C. F. D orthogonaliter & ad rectos angulos fiũt: factis cæteris ſectionib⁹ in punctis Z. P. S. O. Q. ad angulos obliquos. Fientque ex his ſectionibus rectangula quinque P B S, S F O, O E Q, Q D Z, & Z C P, quorum quamuis partes naturales differant, & in ſingulis triangulis varientur, circulares tamen quinque partes eædem ſunt, quæ ſupra, abſque vllo diſcrimine.

5. *Eadem circularium partium vniformitas patet etiam in quadrãtalibus non rectangulis factis in ſuperficie globi ex quinque punctis, quorum primus diſtet à ſecundo, ſecundus à tertio, tertius à quarto, quartus à quinto, & quintus à primo diſtantiis & arcubus æqualibus quadranti, aliæ verò punctorũ diſtantiæ inæquales ſint quadrãti.*

Vt in eodem præcedente ſchemate puncta. P à Q, Q ab S, S ab Z, Z ab O, atque O à P, diſtant ſpatiis quadranti æqualibus: at verò P ab Z, Z à Q, Q ab O, O ab S, & S, à P, diſtant ab inuicem arcubus non quadrantibus. Et fient ex his diſtantiis quadrantalia non rectangula quinque, P Z Q, Z Q O, Q O S, O S P, & S P Z: quorum quamuis naturales partes differant: partes tamen circulares eædem & immutabiles hîc permanent, quæ ſupra, Scilicet, eleuatio poli, differentia aſcenſionalis,

lis, declinatio ſolis, angulus poſitionis ſolis, & plaga ſolis: quę omnibus ſuperioribus triangulis ex æquo conueniunt, nec his duntaxat ſolis, verumetiam omnibus triangulis quæ oriuntur ex interſectionibus cæteris horum decem arcuũ ad integros circulos productorum: quæ, quia plurima & cõfuſa ſunt, miſſa hic facimus. Hac epitome ſatis eſt monuiſſe omnem cõfuſionem naturalium partium, & ſuarum regularum, his pauc circularibus partibus & ſua regula vnica euitari, ac tolli.

6. *Quinque circularium partium, tres ſemper in quæſtionem cadunt, quarum duæ dantur, tertia quæritur.*

7. *Atque harum trium vna eſt intermedia, & duæ ſunt extremæ, quæ ſcilicet intermediæ aut circumponuntur, aut opponuntur.*

Verbi gratia, Sint partes tres in quæſtione propoſitæ hæ, plaga ſolis, eleuatio poli, & differentia aſcenſionalis: quarum, eleuatio poli pars intermedia dicitur, & reliquæ duæ extremæ ei vicinæ, aut circumpoſitæ vocantur: verùm ſi tres partes in quæſtionem cadentes forent, declinatio ſolis, eleuatio poli, & angulus poſitionis ſolis, vocabitur (vt prius) eleuatio poli intermedia: ſed declinatio ſolis, & angulus poſitionis ſolis, extremæ à media remotæ, ſeu ei oppoſitæ dicentur: Par ratio eſt in reliquis quinque.

8. *Logarithmus intermediæ æquatur differentialibus circumpoſitarum extremarum, ſeu antilogarithmis oppoſitarum extremarum.*

Hoc theorema probatur inductione omnium trium partium ſeu triplicitatum, quæ ex quinque circularibus partibus quadrantalis prioris B P S rectanguli, conſtitui poſſunt, & in quæſtionem cadere: poſterioris autem non rectanguli P Z S triplicitates omittimus, quia eius omnes partes circulares (ex 18, & 19, & 20 præmiſſis) eædem prorſus ſunt quantitate, quæ prioris. Quinque ergo partium circularium rectanguli B P S, (quæ ſunt B S, ſeu plaga ſolis orientis: complementum B S P, ſeu angulus poſitionis ſolis: complementum S P, ſeu declinatio ſolis: complementum S P B, ſeu differentia aſcenſionalis: & P B, ſeu eleuatio poli) tres illæ quæ in quæſtionem extremarum circumpoſitarum cadunt, ſunt aut primò B S, complementum B S P, & complementum S P: aut ſecundò complementum B S P, complementum S P: & comple-

mentum S P B: aut tertiò complementum S P, complementum S P B, & P B:aut quartò complementum S P B, P B, & B S:aut quintò ſunt P B,B S,& complementum B S P.

Verum quia in omnibus his triplicitatibus, Tangens alterius extremæ eſt ad ſinum rectum intermediæ, vt ſinus totus ad tangentem reliquæ extremæ (pro vt ex vulgaribus demonſtrationibus Trigonometriæ patet.) Ideò (per noſtras demonſtrationes prop. 5. cap. 2. lib. 1.) Logarithmi mediarum (qui ſunt logarithmus ſolius inter mediæ per corollarium 6. def.cap.1.lib.1.)æquantur logarithmis tangentium vtriuſque extremæ. Sed Logarithmi tangentium harum extremarum ſunt differentiales earundem (ex ſect.22.& 25.cap. 3.lib. 1.) Logarithmus igitur ſolius intermediæ æquatur differentialibus circumpoſitarum extremarum, vt priore parte Theorematis aſſeruimus.Sequitur poſterioris partis confirmatio.

Earundem ergo quinque partium circularium,tres illæ quæ in quæſtionem extremarum intermediæ oppoſitarum cadunt, ſunt aut primò P B,complementum B S P,& complementum S P B:aut ſecundò B S,complementum S P, & P B: aut tertiò complementum B S P,complementum S P B,& B S:aut quartò complementum S P, P B, & complementum B S P: aut quintò denique complementum S P B, B S, & complementum S P.

Sed in omnibus his triplicitatibus ſeu quinque caſibus,ſinus rectus complementi alterius extremæ ſe habet ad ſinum rectum intermediæ,vt ſinus totus ad ſinum rectum complementi reliquæ extremæ (quod fuſiùs à Regiomontano, Copernico,Lansbergio,Pitiſco,& aliis demonſtratur, quàm vt breui hac epitome repetendum ſit) Ideò per noſtras demonſtrationes (prop.5.cap. 2. lib. 1.) Logarithmi complementorum harum extremarum æquantur logarithmis mediarum, id eſt, (vt dictum eſt) logarithmo ſolius intermediæ.At Logarithmi complementorum harum extremarum oppoſitarum ſunt earundem ipſarum partium antilogarithmi (ex def. ſect.13.& 16.cap.3.lib.1.) ſequitur ergo in his caſibus, quod logarithmus ſolius intermediæ æquetur antilogarithmis ſuarum extremarum oppoſitarum,vt aſſerit poſterior theorematis pars

tis pars. Totum itaque theorema conſtat. Præter hanc probationem per inductionem omnium caſuum, qui occurrere poſſunt, poteſt idem theorema lucidè perſpici ex 19ª & 20ª præcedentibus, in quorum ſchemate, homologa circularium partium conſtitutio earundem analogiæ ſimilitudinem arguit: ita vt quod de vna intermedia & ſuis extremis circumpoſitis, aut oppoſitis verè enuntiatur, de cæteris quatuor intermediis & ſuis extremis reſpectiuè circumpoſitis, aut oppoſitis negari non poſſit.

PORISMA GENERALE.

9. *Hinc ſequitur in quadrantalibus ſimplicibus, quod ex duabus partibus quibuſcunque datis tertia quævis innoteſcet. Semper enim aut intermedia quæritur, & eius logarithmus habetur addendo differentiales circumpoſitarum extremarum datarum: aut altera extremarum quæritur, & eius differentialis emergit ex ſubſtractione differentialis reliquæ extremæ datæ à* Logarithmo *intermediæ notæ: vt in quinque prioribus triplicitatibus rectanguli præcedentis theorematis, & totidem non rectanguli: aut intermedia quæritur, & eius logarithmus prouenit, addendo antilogarithmos oppoſitarum extremarum datarum: aut denique altera extremarum oppoſitarum quæritur: & eius antilogarithmus ex ſubductione antilogarithmi reliquæ extremæ oppoſitæ datæ ex logarithmo intermediæ notæ habetur. Vt in quinque poſterioribus caſibus rectanguli præcedentis theorematis, & totidem non rectanguli. Horum autem Logarithmorum, antilogarithmorum, & differentialium iam inuentorum cuilibet reſpondēt duo arcus diuerſarum ſpecierum. Ex ſpecie igitur quæſiti arcus per ſecundam, tertiam, quartam huius, aut per hypotheſim nota, ipſe arcus vere innoteſcet.*

Vt in priore exemplo ſeptimæ, Tres quæſtionis partes circulares ſunt, plaga ſolis, eleuatio poli, & differentia aſcenſionalis, id eſt, In rectangulo B P S, partes B S, P B, & complemētum S P B: vel in non rectangulo quadrantali P Z S, partes P Z S, complementum P Z, & complementum S P Z: quarum trium dentur extremæ circumpoſitæ, ſcilicet plaga ſolis orientis B S, vel P Z S, 70 Gr. & differentia aſcenſionalis com-

 ple

plementum S P B, vel complementum S P Z, 16 Gr. 2′, 27″: & quæratur intermedia pars P.B, vel complementum P Z, quæ eſt eleuatio poli. Addatur ergo differentialis 70. Gr., viz. — 10106827 ad differentialem 16 gr. 2′. 27″. videlicet ad 12226180. & prouenient 2119353. Logarithmus 54. graduum pro eleuatione poli quæſita.

ADMONITIO.

PRæter eleuationem poli hoc modo inuentam, habetur etiam ſecundò eâdem praxi plaga ſolis ex eleuatione poli, & angulo poſitionis ſolis. Item tertiò angulus poſitionis ſolis ex plaga ſolis, & eiuſdem declinatione datis. Quartò declinatio ſolis ex angulo poſitionis ſolis, & differentia aſcenſionali. Quintò differentia aſcenſionalis ex declinatione ſolis, & eleuatione poli.

Secundum exemplum.

DEtur plaga ſolis orientis B S, ſeu P.Z. S, 70. graduum: & eleuatio poli 54 graduum, quæ eſt P.B, aut complementum P.Z. Quæratur autem differentia aſcenſionalis, ſcilicet complementum S.P.B, vel complementum S.P.Z, Et, quia hîc ſimiliter extremæ partes circumponuntur intermediæ, ergo aufer differentialem plagæ ſolis ſeu 70. graduum, qui eſt — 10106827. ex logarithmo eleuationis poli 54. graduum, ſcilicet ex 2119353: & prouenient inde 12226180. differentialis graduum 16. 2′ 27″ ferè, arcus differentiæ aſcenſionalis quæſitæ.

ADMONITIO.

AD huius exempli imitationem habetur ſcundò declinatio ſolis ex differentia aſcenſionali, & eleuatione poli datis. Item tertiò angulus poſitionis ſolis ex declinatione ſolis, & differentia aſcenſionali. Quartò plaga ſolis ex angulo poſitionis ſolis, & declinatione eiuſdem. Quintò eleuatio poli habetur ex plaga ſolis, & angulo poſitionis ſolis. Item contrà habetur. Sextò differentia aſcenſionalis ex declinatione

ſolis,

ſolis,& angulo poſitionis ſolis datis. Septimò declinatio ſolis ex angulo poſitionis ſolis,& plaga eius. Octauò angulus poſitionis ſolis habetur ex plaga ſolis & eleuatione poli datis. Nonò plaga ſolis ex eleuatione poli, & differentia aſcenſionali. Decimò tandem eleuatio poli habetur ex differentia aſcenſionali,& declinatione ſolis datis.

Tertium exemplum.

IN poſteriore exemplo eiuſdem ſeptimæ tres quæſtionis partes circulares proponuntur hæ, declinatio ſolis, eleuatio poli,& angulus poſitionis ſolis. Eæ ſunt in rectangulo B. P. S. complementum P S.B P. & complementum B S P, & in non rectangulo quadrantali P.Z.S, eæ ſunt, complementum P. S. complementum Z P.& Z.S. P. Quarum trium dentur extremæ oppoſitæ, ſcilicet declinatio ſolis, quæ eſt complementum P.S. 11. grad. 35. 51′, & angulus poſitionis ſolis, qui eſt complementum B.S P, ſeu Z.S.P. 34 grad. 19 21′ ferè. Et quæratur intermedia pars B. P, ſeu complementum Z P, quæ eſt eleuatio poli. Addatur ergo antilogarithmus 11. grad. 35. 51′, qui eſt 206271 ad antilogarithmum 34. grad. 19. 21′, qui eſt 1913082 prouenient 2119353. Logarithmus 54. graduum pro eleuatione poli quæſita.

ADMONITIO.

PRæter eleuationem poli hoc jam modo inuentam, poteris ſecundò per eandem praxim habere plagam ſolis ex eiuſdem declinatione,& differentia aſcenſionali datis. Tertiò angulum poſitionis ſolis ex differentia aſcenſionali & eleuatione poli. Quarto declinationem ſolis ex eleuatione poli,& plaga ſolis. Et quintò inuenies differentiam aſcenſionalem ex plaga ſolis & angulo poſitionis ſolis datis.

Quartum exemplum.

DEtur declinatio ſolis complementum S.P. 11. graduum 35. 51′,& eleuatio poli B.P. ſeu complementum P.Z graduum 54. Quæratur autem angulus poſitionis ſolis complementum

mentum B.S.P,ſeu P,S,Z:&,quia hic ſimiliter extremæ partes intermediæ opponuntur,igitur auferendus erit antilogarithmus 11. graduum 35.51', qui eſt 206271. ex logarithmo 54.graduum,qui eſt 2119353. & ſupererunt 1913082. antilogarithmus 34.graduum 15.21' ferè, qui ſunt angulus poſitionis ſolis quæſitus.

ADMONITIO.

PRæter angulum poſitionis ſolis ac prima praxi acquiſitum,habetur ſecundò eadem praxi declinatio ſolis ex datis differentia aſcenſionali & plaga ſolis. Tertiò habetur differentia aſcenſionalis ex datis eleuatione poli & angulo poſitionis ſolis. Quartò eleuatio poli inuenitur ex plaga ſolis & eiuſdem declinatione datis. Quintò plaga ſolis acquiritur ex angulo poſitionis ſolis & differentia aſcenſionali. Sextò (contrario ordine) angulus poſitionis ſolis inuenitur ex plaga ſolis & differentia aſcenſionali datis. Septimò declinatio ſolis habetur ex angulo poſitionis ſolis, & eleuatione poli datis. Octauò differentia aſcenſionalis ex declinatione ſolis, & eiuſdem plaga inuenitur. Nonò eleuatio poli habetur ex data differentia aſcenſionali,& angulo poſitionis ſolis. Decimò tandem acquiritur plaga ſolis , ex eleuatione poli , & declinatione ſolis datis.

Atque ita ad imitationem horum quatuor exemplorum, triginta variæ ſoluuntur quæſtiones circularium partium, hoc eſt,triginta variæ quæſtiones in quadrantali rectangulo, & totidem in non rectangulo ſoluuntur hoc poriſmate, beneficio vnius tantummodo additionis vel ſubſtractionis.Cæterùm ad intelligentiam poſterioris partis huius poriſmatis, de arcuum ſpeciebus,vide exempla, (tertium,quartum,quintum,& ſextum) ſequentia.

DE NON QVADRANTALIBVS mixtis.

CAP. V.

HActenus quadrantalium, ſequitur triangulorum Sphericorum non quadrantalium doctrina.

1. *Non quadrantale eſt triangulum Sphericum, cuius nec latus, nec angulus quadrans eſt.*
2. *Non quadrantale reducitur ad bina quadrantalia, Si à vertice ad eius baſim (prout opus fuerit extenſam) dimittatur perpendicularis, aut quadrans arcus.*
3. *Perpendicularis cadit intra triangulum, ſi anguli apud baſim ſint eiuſdem ſpeciei: extrà verò ſi diuerſæ: & contrà.*
4. *Quadrans arcus cadit extra triangulum, ſi crura ſint eiuſdem ſpeciei. Intrà verò ſi diuerſæ: & contrà.*
5. *Ex non quadrantalis ſex partibus, tres datæ ſolùm ſufficiunt ad reliquarum ſcientiam comparandam: niſi forſan trium datarum, quarum vna alteri opponatur, tertia ſit propinquior quadranti, quam altera eiuſdem generis data. In hoc enim caſu requiritur etiam dari ſpecies partis quæ tertiæ opponitur, vt reliquæ ſciantur.*

   Huius caſus exempla ſunt, quartum & ſextum exemplum ſequentium.
6. *Partes tres datæ aut miſcellaneæ ſunt, aut puræ.*
7. *Miſcellaneæ ſunt, quarum vna eſt diuerſi generis à reliquis duabus.*

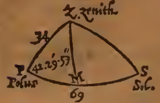
   Vt cùm dantur duo latera, & angulus aliquis: aut duo anguli cum latere aliquo.
8. *In partibus miſcellaneis datis, ſi ab illo termino lateris dati in cuius reliquo termino ſit angulus datus, cadat ad baſim perpendicularis, aut quadrans datum illum angulum ſubtendens, reducetur non quadrantale ad bina quadrantalia (per nonam ſect. cap. 4. huius) ſcibilia.*

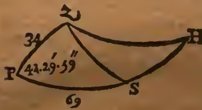
   Vnde & non quadrantalis partes (quia cum horum quadrantalium partibus, aut partium reliquis communes ſunt) facilè innoteſcunt,

cunt, cognitis tamen prius per 2.3. & 4. ſect. cap. 3. huius, aut ex hypotheſi partium ſpeciebus.

EXEMPLVM DVORVM LATERVM, & anguli interpoſiti datorum.

VT ſit (vſus & exercitij gratia) triangulum Sphæricum non quadrantale in ſuperficie primi mobilis deſcriptum P.Z.S. polum, Zenith, & ſolem referens: cuius ſex partes ſunt, latus P. Z, quod eſt interſtitium poli & Zenith, ſeu complementum eleuationis poli. Latus Z. S. interſtitium Zenith & ſolis, ſeu complementum altitudinis ſolis. Latus P.S. interſtitium poli & ſolis, ſeu complementum declinationis ſolis ab æquatore. Angulus Z. P. S. hora diei, ſeu tempora horaria æquatoris. Angulus P.Z.S. quæ plaga eſt, ſeu azimuth ſolis à ſeptentrione. Angulus P.S. Z, qui angulus eſt ſitus & poſitionis ſolis ad polum & zenith. Harum ſex partium dentur tres quæcunque miſtellaneæ. Verbi gratia, angulus horarius Z P.S. 42. 29′. 59″. (qui horam ſecundam 49′. 59″. 56‴. pomeridianam notat) & latus P. Z. 34. complementum eleuationis poli: atque latus. P S. 69. complementum declinationis ſolis. Ex quibus, vt acquirantur tres reliquæ partes, ab. Z. termino lateris. P Z. dati, dimittatur perpendicularis Z. M, aut, ſi mauis, quadrans Z, H. angulum datum Z. P. S. ſubtendens, reducenſque non quadrantale oblatum P. Z, S. ad duo triangula in angulo M. quadrantalia, quæ ſunt P. M. Z. & Z. M. S, vt in primo ſchemate: vel (ſi varietate delecteris) ad duo triangula in latere Z. H. quadrantalia, quæ ſunt Z. H. P. & Z H. S. vt in ſecundo ſchemate: Quorum





qua-

quadrantalium omnes partes per 9.ſect.cap.4.huius acquires. Nam ex datis P Z 34.atque Z P M,ſeu Z P S, 42. 29′. 59″. inuenies perpendicularem Z M 22,11′ 47″ & angulum P Z M. 52. 46′. 38″.& latus P M 26.26′ 29″: quo ablato à P S 69. reſtat M S 42. 33′.31″. quo & perpendiculari Z M. jam cognitis, inuenies per 9.ſect.cap. 4. huius angulum M S Z ſeu quæſitum P S Z, 31.6′.5″.& latus quæſitũ S Z 47. atque angulum M Z S 67. 38.11″. quo ad P Z M 52.46′ 38″. addito,fit angulus reliquus quæſitus P Z S 120. 24′. 49″. Tres itaque habes partes quæſitas officio perpendicularis *Z* M, primi ſchematis. Eaſdem quoque officio quadrantis *Z* H ſecundi ſchematis venari poteris. Ex datis enim,vt ſuprà,P *Z* 34.& *Z* P S ſeu *Z* P H 42.29′. 59″, inuenies per eandem 9^am. cap.4.huius,angulum *Z* H P.22.11′. 47″, & angulum P *Z* H 142.46′,38″,& latus P H 116.26′. 29″. ex quo aufer P S 69.reſtat S H 47. 26′. 29″. quo & angulo apud H 22. 11′.47″.jam habitis,inuenies per 9 cap.4.huius,angulum H S *Z* 148.53′. 55″. eiuſque ad ſemicirculum reliquum ſcilicet 31. 6′. 5″. angulum P S *Z* quæſitum : atque latus quæſitum S.*Z* 47. Denique angulum H Z S 22.21′.49″.quo ex H *Z* P 142.46′.38″.ablato,reſtat angulus reliquus quæſitus P *Z* S 120. 24′. 49″. prorſus vt ſuprà.

ADMONITIO.

HVius exempli imitatione nouem variæ ſoluuntur huius & cuiuſque trianguli quæſtiones. Ex datis enim eleuatione poli,hora diei,& declinatione ſolis illius diei, habetur (vt ſuprà) primò azimuth ſeu plaga ſolis, ſecundò altitudo ſolis,Tertiò angulus poſitionis ſolis. Item datis declinatione ſolis,angulo poſitionis ſolis,& altitudine ſolis,habetur quartò plaga ſolis,quintò eleuatio poli,ſextò hora, ſeu arcus horarius.Item datis altitudine ſolis, plaga ſolis, & eleuatione poli,habetur ſeptimò hora diei,octauò declinatio ſolis, nonò denique angulus poſitionis ſolis.

Secundum

Secundum exemplum duorum angulorum, & lateris interpoſiti, datorum.

PRæcedentium ſchematum datis angulis, horario ſcilicet Z.P.S.42.29.59.& plagæ ſolis P.Z.S 120,24,49.cum complemento eleuationis poli,latere ſcilicet interpoſito P.Z.34. Tres cæteræ partes exquiruntur. Nam habitis primò (vt ſuprà) Z.M.22.11.47,& P.M.26.26.29.& angulo P.Z.M.52.46.38.quo ex P.Z.S.120.24.49.ablato relictoque angulo M.Z.S. 67.38.11.ex hoc atque Z.M jam notis,inuenientur tandem latus quæſitum Z.S.47.& Z S.M.ſiue angulus quæſitus Z.S.P. 31.6.5.atque M.S.42.33.31.quo ad P. M. addito, fit reliquum latus quæſitum P.S.69. Haſque beneficio perpendicularis primi ſchematis habes, nec ſecus eaſdem officio quadrantis ſecundi ſchematis acquirere poteris: acquiruntur enim (per nonam quarti huius) ex datis,anguli P.H.Z.& P.Z.H, & ex hoc ſubducto P.Z.S.dato,reſtat S.Z.H.quo,& angulo P.H.Z jam notis propalantur cæteræ omnes partes.

ADMONITIO.

HVius exempli imitatione nouem variæ ſoluuntur huius, & cuiuſque trianguli quæſtiones.Ex datis enim(vt ſuprà) hora diei, eleuatione poli, & plaga ſolis, habetur primò declinatio ſolis. Secundò angulus poſitionis ſolis, tertiò altitudo ſolis.Item datis hora diei,declinatione ſolis,& angulo poſitionis ſolis,habetur quartò altitudo ſolis, quintò plaga ſolis,ſextò eleuatio poli.Item datis angulo poſitionis ſolis, altitudine ſolis, & plaga ſolis acquiritur ſeptimò eleuatio poli octauo hora diei,nono declinatio ſolis.

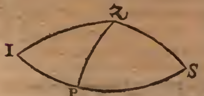
Tertium

Tertium exemplum duorum datorum laterum, quorum quadranti propinquius ſubtendit angulum datum.

PRæcedentium ſchematum dentur latera P. Z. 34. & eo quadranti propinquius Z.S.47.cum eo quem hoc ſubtendit angulo Z.P.S.42.26′.59″.acquirantur per 9.ſect.cap.4. huius Z.M 22.11′.47″.& P.Z.M.52.46′.38″. & P. M. 26.26′ 29″. & ſimili modo habebis Z.S.M.ſeu quæſitum angulum Z.S.P.certiſſimè enim ſcitur hic per 2.ſent.cap.3. huius, minor quadrante, ſcilicet eſſe 31.6′.5″.& non eſſe 148.53′.55″.Habebis etiam angulum M.Z.S.67,38′.11.quo ad P.Z.M.52.46′. 38″. addito, fit reliquus quæſitus angulus P.Z.S.120.24′. 49″. Habebis denique & M.S,42.33′.31″.quo ad P.M 26.26′.29″ addito,fit quæſitum latus P,S,69.Nec ſecus eadem acquirere poteris (ſi libet) officio quadrantis Z.H.ſecundi ſchematis.

Quartum exemplum duorum datorum laterum, quorum quadranti minus propinquum ſubtendit angulum datum: magis autem propinquum ſubtendit angulum datæ tantùm ſpeciei.

DEntur latera Z S,47,& eo quadranti minùs propinquum P Z 34. cum eo quem hoc ſubtendit angulo Z S P,31 6′5″. deturque quod quem Z S ſubtendit (angulus ſcilicet S P Z) ſit ſpecie minor quadrante:



Dimiſſo itaque ab Z. ad baſim P. S. perpendiculari Z. M. (vt prius) aut quadrante Z I. vt hic) ſubtendente angulum datum Z. S.P. Acquirantur per 9.ſect. 4.huius cæteræ partes, vt (exerciti & varietatis gratiâ) ex huius ſchematis quadrante Z.I.acquirens angulum Z I. S. 22. 11′.47″. & I.Z.S.157.25′.11″.Et S.I.122.32′. 31″ & ſimili modo habebis angulum I.P. , & per conſequens angulum quæſitum S.P.Z. 42.29′.59″.Quia ex hypotheſi expreſſè quadrante minor

 decla

declaratur,alioquin niſi eius daretur ſpecies, foret (ex prima cap.3.& quinta ſect.huius cap.) incertus: potuit enim aliter fuiſſe 137.30′.1″.Habebis etiam ſic angulum I.Z.P.37.13′.22″. quo ex I.Z.S.157.38′.11″ ablato, relinquitur reliquus quæſitus angulus P.Z.S.120.24′ 49″.Habebis denique & I.P.63.33′.31″. quo ex I S.132.33′.31″.ablato,remanet quæſitum latus P.S. 69.

Eaſdem etiam metas attinges ſi beneficio perpendicularis Z.M. primi ſchematis,partium logiſticen quæſiueris.

ADMONITIO.

PRæcedentis tertij & huius quarti exemplorum imitatione,octodecim variæ ſoluuntur huius & cuiuſque trianguli quæſtiones.Ex datis enim (vt in tertio exemplo) eleuatione poli,altitudine ſolis,& hora diei, habetur primò plaga ſolis,ſecundò angulus poſitionis ſolis, tertiò declinatio ſolis. Item datis (vt in hoc quarto exemplo) eleuatione poli,altitudine ſolis, & angulo poſitionis ſolis, habetur quartò plaga ſolis,quinto hora diei,ſexto declinatio ſolis. Item datis altitudine ſolis, declinatione ſolis, & hora diei, habetur ſeptimò angulus poſitionis ſolis,octauò plaga ſolis,nonô eleuatio poli.Item datis altitudine ſolis,declinatione ſolis,& plaga ſolis, habetur decimò angulus poſitionis ſolis,vndecimò hora diei, duodecimò eleuatio poli.Item datis declinatione ſolis, eleuatione poli, & angulo poſitionis ſolis, habetur decimotertiò plaga ſolis,decimoquartò altitudo ſolis, decimoquintò hora diei. Item datis declinatione ſolis, eleuatione poli, & plaga ſolis,habetur decimoſextò hora diei,decimoſeptimò angulus poſitionis ſolis,& decimo-octauò altitudo ſolis.

Quintum exemplum duorum datorum angulorum, quorum quadranti propinquiorem latus datum ſubtendit.

TRianguli P.Z.S. primi ſchematis,dentur anguli P.S.Z. 31. 6′.5″.& eo quadranti propinquior S.P Z. 42. 29′. 59″. cum latere Z.S.47.hunc ſubtendente.Ex quibus P.S.Z,& S.Z. habetur (per nonam quarti huius) perpendicularis Z.M.22. 11′.

47″. &

47″. & ceteræ partes quadrantalis S.Z.M. ſcilicet M. Z. S. 67. 38′.11″. & M S 42.33′ 31″. Sicut & ex perpendiculari hoc cum dato Z.P.S.ſeu Z.P.M.angulo,habentur partes omnes quadrantalis Z. M. P. Scilicet primò latus quæſitum P. Z. certiſſimè enim ſcitur hoc (per 2.ſentent.cap.3.huius) minus quadrante,videlicet eſſe 34.non autem eſſe 146.Deinde habetur P.Z. M.52.46′.38″.quo ad S.Z.M.67.38′.11″.addito,fit quæſitus angulus P. Z.S. 120.24′.49″.Vltimò habetur P.M. 26. 26′. 29″. quo ad M.S. 42. 33′. 31″. addito, fit reliquum latus quæſitum P.S.69. Has etiam ipſas partes aliter (ſi mauis) ex duobus proximè præcedentis Schematis quadrantalibus Z.I.S.& Z.I.P. acquirere poteris.

Sextum exemplum duorum datorum angulorum,quorum quadranti minus propinquum ſubtendit latus datum,magis autem propinquum ſubtendit latus data tantum ſpeciel.

TRianguli P.Z.S.primi Schematis dentur anguli Z. P. S. 42.23′.59″.& eo quadranti minus propinquus Z.S.P.31.6′.5″. cum eum ſubtendéte latere P.Z.34.Deturque quod angulum Z.P.S.ſubtendens, (ſcilicet latus Z.S.) ſit ſpecie minus quadrante.Ex his datis quæratur perpendicularis Z M. 21. 11′. 47″. & cæteræ quadrantalis P.Z. M.partes, ſcilicet P. Z. M.52. 46′. 38″ & P.M.26.26′.29″ Sicut & ex perpendiculari hoc cum dato Z.S.M. ſeu. Z.S.P.31.6′.5″ quærantur partes omnes quadrantalis Z.M.S.ſcilicet primò latus optatum Z.S. 47.quia ex hypotheſi expreſsè quadrante minus declarantur, alioquin potuit fuiſſe 133.Nam (per 1.cap.3.& quintam huius) incertum eſt niſi eius expreſsè detur ſpecies. Deinde angulus M. Z. S. 67. 38′.11″.quo ad M.Z.P. 52.46′.38″.addito fit optatus angulus P. Z. S.120.24′.49″.Denique habetur S. M. 42. 33′. 31″. Quo ad P.M. 26.26′.29″ addito,fit optata baſis P. S.69. Eaſdem etiam partes ex duobus quadrantalibus P.H.Z.& S.H.Z. ſecundi ſchematis,quàm facillimè acquirere poteris.

ADMONITIO.

PRæcedentis quinti & huius ſexti exemplorum imitatione, octodecim variæ ſoluuntur huius, & cuiuſque trianguli quæſtiones. Ex datis enim (vt in quinto exemplo) angulo poſitionis ſolis, hora diei, & altitudine ſolis, habetur primò eleuatio poli, ſecundò plaga ſolis, tertiò declinatio ſolis. Item datis (vt in hoc ſexto exemplo) hora diei, angulo poſitionis ſolis, & eleuatione poli, habetur quartò altitudo ſolis, quintò plaga ſolis, ſextò declinatio ſolis. Item datis hora diei, plaga ſolis, & altitudine ſolis, habetur ſeptimò declinatio ſolis, octauó angulus poſitionis ſolis, nonò eleuatio poli. Item datis hora diei, plaga ſolis, & declinatione ſolis, habetur decimò altitudo ſolis, vndecimò angulus poſitiônis ſolis, duodecimò eleuatio poli. Item datis plaga ſolis, angulo poſitionis ſolis, & declinatione ſolis, habetur decimotertiò eleuatio poli, decimoquartò hora diei, decimoquintò altitudo ſolis. Item datis plaga ſolis, angulo poſitionis ſolis, & eleuatione poli, habetur decimoſextò declinatio ſolis, decimoſeptimò hora diei, decimo-octauò altitudo ſolis. Atque ita huius ſolius canonis methodo, quinquaginta quatuor variæ ſoluuntur quæſtiones eiuſdem trianguli non quadrantalis. Cæteræ inferiùs ſoluentur.

9. *Ex his itaque patet quod duorum angulorum & ſuorũ ſubtendẽtium laterum tribus datis, quarti ſaltem* Logarithmus *innoteſcet, tacita etiam quadrantalium deſcriptione. Ab aggregato enim ex Logarithmis anguli & lateris ſibi adiacentis datorum, aufer* Logarithmum *tertij dati, & prouenient inde Logarithmus quarti quæſiti, ipſumque quartum, niſi ſit incertæ ſpeciei, innoteſcet.*

Vt ex ſuperioribus tertio, quarto, quinto, & ſexto exemplis percipi poteſt. Angulorum enim baſis Z P.S. & Z.S.P. & ſuorum ſubtendentium crurum Z. S. & Z. P. dentur tria, quæ (verbi gratia) ſint crura Z. S. 47, ciuſque Logarithmus 3128580, & Z.P. 34. ciuſque logarithmus 5812606, cum huic adiacente angulo Z. P. S. 42. 29. 55. cuius Logarithmum 3921720 adde ad 5812606, fit 9734326 (Logarithmus ſcilicet taciti

taciti & ſuppreſſi perpendicularis Z.M.vel anguli Z.H.S. ſeu Z.I.P.) à quo aufer 3128580 remanet 6605746 Logarithmus quarti Z.S.P.quæſiti.Ipſum itaque quartum Z.S.P. erit 31. 6′. 5″.Quoniam per 2.ſect.cap.3 minus quadrante arguitur.Contrà autem datis Z.P.34. eiuſque Logarithmo 5812606.& Z.S. 47.eiusque Logarithmo 3128580,cum huic adiacente angulo Z.S.P.31.6′.5″.ad cuius logarithmum 6605746, adde 3128580, fit aggregatum (vt ſupra) 9734326.à quo aufer 5812606,prouenient 3921720 Logarithmus quarti quæſiti,ſcilicet Z.P.S, cuius arcus per 1.ſect. cap.3.incertus eſt an ſit 42.29′.59″.an 137.30′.1″.niſi declaret hypotheſis maiórne, an minor ſit quadrante.

DE NON QVADRANTALIBVS puris.

CAP. VI.

HActenus de partibus miſcellaneis datis : Sequuntur puræ.

1. *Pura ſunt tres partes einſdem generis data.Suntque aut tria latera data,& quaruntur anguli:aut tres anguli dati, & quaruntur latera.*

ADMONITIO.

2. *PVra quamuis ſimplicitate priores,ob difficultatem tamen earundem meritò hic poſteriorem ſortiuntur locum.*

3. *In triangulis Sphericis primò ſumma ex Logarithmis crurum ſubducta a ſumma ex Logarithmis aggregati & differentia ſemibaſis & ſemidifferentia crurum,relinquit duplum Logarithmi dimidij anguli verticalis.*

Quia

Quia docent Regiomontanus libro 5. cap. 2. de triangulis, & alij, vt rectangulum comprehenſum ſub ſinibus rectis crurum, ſe habet ad quadratum ſinus totius: Ita differentiam ſinuum verſorum baſis & differentiæ crurumſe habere ad ſinum verſum anguli verticalis: quum autem vt illa differentia ad hunc ſinum verſum, ita rectangulum factum ex ſinibus rectis aggregati & differentiæ ſemibaſis & ſemidifferentiæ crurum, ſe habet ad quadratum ſinus recti dimidij anguli verticalis (eſt enim nouiſſimum hoc rectãgulum ad illam differentiam ſinuum verſorum, & hoc vltimum quadratum ad illum ſinum verſum in ratione 5000000 cupla, & intellige quinquies millies millecupla, exiſtente ſinu toto 10000000.) Ideo ſequetur quod, vt rectangulum ſub ſinibus rectis crurum ſe habet ad quadratum ſinus totius, ita rectangulum factum ex ſinibus rectis aggregati & differentiæ ſemibaſis & ſemidifferentiæ crurum, ſe habebit ad quadratum ſinus recti dimidij anguli verticalis: & per conſequens (ex corol. def. 6. cap. 1. & prop. 4. cap. 2. & probl. 3. cap. 5. lib. 1.) Summa ex Logarithmis crurum, ſubducta ex Logarithmis aggregati & differentiæ ſemibaſis & ſemidifferentiæ crurum, relinquit duplum Logarithmi dimidij anguli verticalis, vt ſuprà.

4. *Secundò, Summa ex Logarithmis crurum ſubducta à ſumma ex Logarithmis aggregati & differentiæ ſemibaſis & ſemiaggregati crurum, relinquit duplum antilogarithmi dimidij anguli verticalis.*

Non enim aliter ſe habet ſumma ex Logarithmis aggregati & differentiæ ſemibaſis & ſemiaggregati crurum huius propoſitionis, ad ſummam ex Logarithmis aggregati & differentiæ ſemibaſis & ſemidifferentiæ crurum præcedentis propoſitionis, quàm duplum antilogarithmi dimidij anguli verticalis hîc, ad duplum logarithmi eiuſdem dimidij anguli verticalis ſuperius, quod alterius loci eſt demonſtrare.

ADMONITIO.

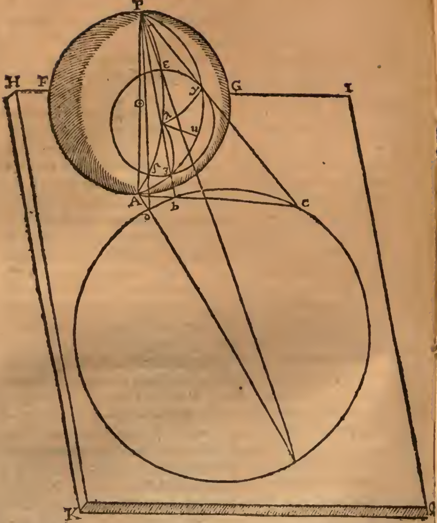
5. *IN Sphericis etiam, baſes veram & alternam, eodem ſenſu capimus, quo in rectilineis, nimirum alteram pro aggregato, alteram pro differentia caſuum.*

6. *Tertiò differentialis ſemibaſis veræ data, ſubductus ex ſumma differentialium ſemiaggregato & ſemidifferentiæ crurum, relinquit differentialem ſemibaſis alternæ.*

Huius ratio fundamentalis eſt, quòd vt tangens ſemibaſis veræ ſe habet ad tangentem ſemiaggregati crurum, ita tangens ſemidifferentiæ crurum ſe habeat ad tangentem ſemibaſis alternæ. Tangentium enim logarithmi ſunt ſuorum arcuum differentiales per ſect. 22. & 25. cap. 3. lib. 1. Vnde hãc tangentium analogiam ſequetur illa ſuorum logarithmorum, ſeu differentialium æqualitas per prop. 4. cap. 2. lib. 1. Verùm quia huius analogiæ tangentium fundamentalis, hactenus ignotæ, demonſtrationem à me fortè requirent Lectores, eam ideo, quantum huius compendij breuitas patitur, hîc explicabimus.

Sphæra itaque A F P G incumbat plano H I K Q, vt ſe inuicem tangant in communi puncto A, à quo per Sphæræ centrum Θ erigatur recta A Θ P ſecans ſupremum Sphæræ Hemiſphærium in puncto P, eritque ita A Θ P perpendicularis plano H I K Q, deinde angulo A deſcribatur in Sphæræ ſuperficie triangulum A λ γ in γ acutum, aut A λ β in β obtuſum, & protractis ſemicirculis A λ P, & A γ P, ſeu A β P, polo λ, interuallo λ γ, ſeu ei æquali λ β ducatur circulus ι δ β γ, ſecans λ P in ι & λ A in δ & A β γ in punctis β & γ. Ex puncto λ in arcum A β γ dimittatur perpendicularis arcus λ μ. Erunt itaque hîc A λ crus maius, λ γ vel λ β crus minus, A γ & A β baſes, altera vera, reliqua alterna, A δ differentia crurum, & A ι aggregatum crurum, quia λ ι, & λ δ ex conſtructione ſunt æqualia minori cruri λ γ ſeu λ β. His peractis, & ſuppoſito P vicem gerere oculi aut lucidi cuiuſpiam, ab eodem P in ſubiectum planum H I K Q dimittantur, radius P γ ſecans planum in C, & radius P β ſecans planum in b: &

H qui



quia γ.β A in eodem plano ſeu circulo ſunt cum lucido P, erunt ſuæ vmbræ c b A in eadem recta. Similiter ab eodem puncto P, in idem planum dimittantur radius P ε ſecans planum in e, & radius P δ ſecans planum in d. & quia ε δ A in eodem ſunt plano & circulo cum lucido P; ideo ſuæ vmbræ e d A erunt in eadem recta. Præterea quia P Θ A, eſt plano orthogonalis ſeu rectangula, ideo triangula P.A.d. & P.A.e. atque

que

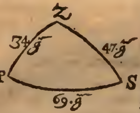
que P A b,& P A c,ſunt in A rectangula, atque ideo etiam A δ eſt tangens anguli A P δ,ſeu A P d, &. A e eſt tangens anguli A P ε vel A P e ſic etiam A b eſt tangens anguli A P β vel A P b, & A c eſt tangens anguli A P γ vel A P c, poſito gnomone ſeu ſinu toto P A. & quia A d eſt tangens anguli A P δ,& A P δ eſt dimidium anguli A Θ δ per 20. prop. 3. Eucl. (quod hîc fit in centro,ille in circumferentia) ideo A d eſt tangens dimid. anguli A Θ δ,ſeu (quod idem eſt) dimidij arcus A δ, quod eſt ſemidifferentia crurum. Similiter quia A e eſt tangens anguli A P ε,angulus autem A P ε in circumferentia ſit dimidium anguli A Θ ε in centro, ideo A e eſt tangens dimidij A Θ ε, ſeu dimidij arcus,A ε,quod eſt ſemiaggregatum crurum. Simili modo in baſibus vera & alterna erit A b tangens anguli A P β, ſeu dimidij anguli A Θ β, ſeu dimidij arcus A β, quod eſt altera ſemibaſis:atque A c erit tangẽs anguli A P γ ſeu dimidij anguli A Θ γ ſeu dimidij arcus A γ,quod eſt reliqua ſemibaſis Quumque jam oſtenſum ſit quod A b ſit tangens alterius ſemibaſis,& A c tangens reliquæ ſemibaſis, atque A d ſit tangens ſemid. fferentiæ crurum,& A e tangens ſemiaggregati crurũ. Dico quod vt A b tangens ſemibaſis veræ ſe habet ad A e tangentem ſemiaggregati crurum,ita A d tangens ſemidifferentiæ crurum ad A c tãgentem ſemibaſis alternæ:vel contrà ex alterna veram faciendo,vt A c tangens ſemibaſis veræ ſe habeat ad A e tangentem ſemiaggregati crurum: Ita A d tangens ſemidifferentiæ crurum ad A b tangentem ſemibaſis alternæ.Quod ſic probo.Si puncta b c d e ſint in eodem circulo,erit (per 36.prop.3.& 16.prop.6. Euclid.) vt A b ad A e,Ita A d ad A c. & contrà, &c. vt jam diximus.Verùm puncta b c d e cadunt in eodem circulo: Omnis enim circuli in ſuperficiæ Sphæræ deſcripti vmbra à lucido in eadem ſuperficie,quod non eſt in circuli peripheria procedens circulum facit perfectè rotundum in plano orthogono ad rectam,quæ à lucido per centrum Sphæræ progreditur, vt ex Opticis,& aſtrolabij fabrica patet.At hic circulus δ β γ ε in ſphæræ ſuperficie deſcribitur,& lucidum P. eſt extra circuli peripheriam,quæque ab eo procedit recta per cẽtrum(videlicet P Θ A) eſt ad planum orthogona. Neceſſariò ergo eius circuli vmbra, quæ in puncta d.b.c.e.incidit,circularis eſt:& perfectè rotunda.

Ergo vt ſe habent A.b.ad A.e.Ita A.d.ad A.c. & contra, id eſt, vt tangens ſemibaſis veræ ad tangentem ſemiaggregati crurũ, ita tangens ſemidifferentiæ crurum ad tangentem ſemibaſis alternæ:& per conſequens, differentialis ſemibaſis veræ, ſubductus ex ſumma differentialium ſemiaggregati, & ſemidifferentiæ crurum, æquatur differentiali ſemibaſis alternæ, quæ demonſtranda ſuſcepimus.

7. *Vnde trianguli Sphærici datis tribus lateribus, habetur triplici modo angulorum quiuis.*

8. *Primus modus eſt,vt latus quoduis (præcipuè quadranti proximum) pro baſi ſtatuas. Inde ſemidifferentiam crurum,& ad ſemibaſim addas,& à ſemibaſi ſubtrahas: producti & reſidui Logarithmos addas, hinc auferas aggregatum ex Logarithmis crurum, reliqui bipartiti Logarithmi arcum duplices, & proueniet angulus verticalis, atque ita cæteri.*

Vt trianguli P Z S repetiti,dentur latera P Z 34 gr.& Z S 47 gr.& S P 69 gr. Quærantur anguli, primóque quadranti proximus P Z S angulus, quam S P 69 (latus ſcilicet quadranti proximum) ſubtendit. Hoc itaque S P 69 pro baſi ſtatuatur. Inde ſemidifferentiam crurum P Z ,& Z S, videlicet 6.30́. Et adde ad ſemibaſim 34. 30́. fientque 41 aggregatum : & ſubſtrahe ab ea, fientque 28. reſiduum. Logarithmos graduum 41,ſcilicet 4215044, & graduum 28, ſcilicet 7561472 adde,fient 11776516.Similiter crurum P.Z.34, & Z S. 47. Logarithmos 5812606, & 3128580 adde, fientque 8941186.quibus ex 11776516 ablatis,fient 2835330 : cuius dimidio logarithm.1417665.reſpondentem arcum, videlicet 60. 12́.24″½ duplica,prouenient 120.24́ 49″. angulus verticalis P.Z.S. quæſitus.Nec ſecus angulos reliquos, ſi libet, inuenire poteris: facilius tamen per 9.cap.5.huius innoteſcent,quia per 2.ſentẽt. cap.3.ſunt certæ ſpeciei.



9. *Secundus modus eſt,vt latere quouis (præcipuè quadranti proximo) pro baſi ſtatuto,Semi-baſim & ad ſemiaggregatum crurum addas,& ab eodem ſubſtrahas : producti & reſidui Logarithmos addas*

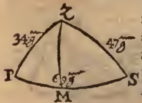
&.hinc

& hinc auferas aggregatum ex logarithmis crurum, reliqui bipartiti antilogarithmi arcum duplices, & proueniet inde angulus verticalis: atque ita cæteri.

Vt eiuſdem trianguli P.Z.S. (conſtituti vt in præmiſſa) ſemibaſim 34.30′ & ad ſemiaggregatum crurum 40.30′. adde, fientque 75. & ab eodem ſubſtrahe, fientque 6, quorum 75 & 6 graduum logarith. 34668 3, & 22582951 adde, fientque 22929634. Hinc aufer aggregatum ex logarithmis crurum, quod (vt ſupra) eſt 8941186, fientque 13988448. Quæ bipartire, fient inde 6994224 antilogarithmus conueniens arcui 60. 12′. 24½″. cuius duplum 120.24′.49″. eſt (vt ſupra) quæſitus angulus P Z S verticalis. Cæteros licet etiam hoc modo, facilius tamen per 9. cap. 5. huius inuenies angulos. Sunt enim per 2. ſent. cap. 3. notę ſpeciei.

10. *Tertius modus eſt, vt latere quovis pro baſi poſito, differentialem ſemi-aggregati crurum ad differentialem ſemi differentiæ crurum addas, & à producto auferas differentialem ſemi baſis veræ, & proueniet inde differentialis ſemibaſis alternæ: quarum ſemibaſium ſumma eſt caſus maior, & differentia caſus minor, duo diſtinguentes rectangula, quæ & ſuas, & ipſius oblati trianguli partes omnes (per nonam cap. 4. & octauam cap. 5. huius) notas reddunt.*

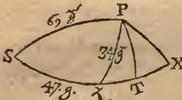
Vt propoſiti trianguli P. Z. S. datis lateribus vt ſupra, quærãtur anguli apud baſim Z P S. & Z S P. Semi-aggregatum crurum P Z. & Z S. eſt 40. 30′. Semidifferentia crurum eſt 6. 39′. Illius differentialis eſt 1577296, huius verò eſt 21721209. Quos adde, fient 23298505. Hinc aufer ſemibaſis veræ 34.30′ differentialem 3750122, remanent 19548383, differentialis 8. 3′. 31″. pro ſemibaſi alterna. adde ergo ſemibaſes 34.30′. & 8. 3′. 31″. fient inde 42. 33′. 31″. pro maiore caſu M S. & ſubſtrahe 8. 3′ 31″. à 34.30′ relinquentur 26. 26′ 29″. pro minore caſu P M. horum itaq; caſuum officio habes duo jam rectangula in M. ſcilicet P M Z, & S M Z: quæ & perpendicularem Z M, & angulos verticales P Z M, & S Z M, aut, ſi libet, ipſum P Z S. patefaciunt (per nonam cap. 4 & octauam cap. 5. huius.) Sed his omiſſis ad quæſitos baſis angulos Z P S. & Z S P, redeamus. Caſus P M, 26, 26′. 29″. iam acquiſiti dif-



terentialem 6985518 (per 9.cap.4.) adde ad differentialem complementi P Z. ſcilicet ad differentialem 56, qui eſt — 3937709, prouenient †3047809 Logarithm. complementi anguli Z P S, quod complementum eſt 47.30.ʹ.ʹʹ. Similiter caſus S M, 42, 33, 3ʹʹ, jam etiam acquiſiti differentialem 853239 (per eandem nonam ſect.) adde ad differentialem complementi P Z, ſcilicet ad differentialem 43 gr. qui eſt 698698 prouenient †1551937 Logarithmus complementi anguli Z S P, quod complementum eſt 58. 53.5ʹʹ. Memor autem hîc ſis non ipſas partes P Z. 34. & Z P S, aut P Z 47. & Z S P, ſed ſua complementa, viz. 56 gr. & 47.30.ʹ.ʹʹ. & 43 gr. & 58.53.5ʹʹ. circulares partes hic dici per ſecundam cap. 4. huius. Verus itaque angulus quæſitus Z P S eſt 42.29.5ʹʹ. & Z S P eſt 31.6.5ʹʹ. vt etiam ex ſect. octaua cap. 5. huius patet.

Aliud eiuſdem trianguli exemplum.

EOdem triangulo P.Z.S. alio ſitu conſtituto, ſit S.Z. baſis, & datis lateribus vt ſuprà, quæratur angulus P. Z. S. Crurum itaque S. P. 69. & P Z. 34. ſemi-aggregatum eſt 51.30, eiuſque differentialis — 2288650: ſemidifferentia verò eſt 17.30, eiuſque differentialis eſt †11542341. Quos differentiales adde erit ſumma † 9253691. à qua aufer differentialem dimidii baſis S Z videlicet differẽtialem 23.30. qui eſt 8328403, remanebit 925288 differentialis arcus 42.21.11. pro ſemi-baſi alterna. Adde ergo ſemi-baſes 42.21.11 & 23.30. prouenient 65.51.11. pro maiore caſu S T, & tum ſubſtrahe 23.30. à 42.21.11. remanent 18.51.11. pro minore caſu T X, vel T Z. Huius ergo differentialẽ † 10745201, adde ad differentialem complementum Z P, ſcilicet ad differentialem grad. 56, qui eſt — — 3937709, & proueniet inde † 6807492 Logarithmus complementi anguli P Z T. Arcus autem in tabula reſpondens huic Logarithmo 6807492 ex aduerſo, eſt graduum 56.35 11. pro angulo P Z T, cuius anguli P Z T, quum angulus quæſitus P Z S, ſit ad ſemi-circulum reliquus (quod ſemper occurrit quum baſis alterna eſt maior vera) erit neceſſe P Z S. eſſe graduum 120.24. min. 49. ſec. alioquin ſi baſis ve



ſis vera alternam ſuperauerit, coincident anguli P Z T, & P Z S, & æquales erunt.

ADMONITIO.

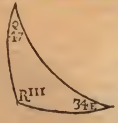
TRes iam habes veros modos inueniendi angulos ex datis lateribus, quorum vnoquoque tres variæ ſoluuntur huius, & cuiuſcunque trianguli quæſtiones. Ex datis enim eleuatione poli, altitudine ſolis, & declinatione ſolis, dubitantibus ſatisfit ad quæſtionem qua vel plaga ſolis, vel ſecundò angulus ſitus & poſitionis ſolis, vel tertiò hora diei quæritur.

Huc vſque ex lateribus inuenimus angulos. Supereſt ex angulis inuenire latera.

11. *In omni triangulo ſphærico mutari poſſunt latera in angulos, & anguli in latera: aſſumptis tamen prius pro vnico quouis angulo, & ſuo ſubtendente latere ſuis ad ſemicirculum reliquis.*

Exempli gratia.

Eſto triangulum Q R T, cuius ſint anguli Q 47. R 111. & T 34. Sumamus primò pro angulo quouis, videlicet pro R 111. ſuum ad ſemicirculum reliquum, quod eſt 69. grad. Dico hos angulos 47. 69. & 34. mutari poſſe in latera, & fiet ſuperius triangulum P Z S. In quo P Z. eſt 34 grad. Z S. eſt 47 grad. & P S eſt 69 grad. vt etiam ex illius trianguli, P Z S, angulis, fient huius mutuò latera. Nam Z S P angulus grad. 31. 6′. 5″. illius, eſt latus Q R huius: & angulus Z P S. grad 42. 29′. 59″. illius eſt latus R T huius: & tertii anguli illius, qui eſt grad. 120. 24′. 49″. reliquum ad ſemi-circulum, quod eſt 59 35′. 11″. eſt latus Q T huius. Cuius rei demonſtrationem exhibent Bartholomæus Pitiſcus, Adrianus Metius, & alij. Eam igitur hac epitome minimè repetendam cenſeo.



12. *Vnde trianguli Sphærici datis tribus angulis, facili conuerſione acquiruntur latera.*

Vt præcedentis trianguli Q R T dentur anguli Q 47. R 111. & T 34. Quærantur autem latera. Pro angulo quouis vnico, verbi gratia (vt ſupra) pro R 111. ſumatur ſuum ad ſemicirculum reliquum 69. grad. Inde poſitis 47. 69. & 34. pro lateribus,

vt in

vt in triangulo ſuperiore P Z S factum eſt, per quemuis ex tribus modis ſupraſcriptis quære illius angulos, & inuenies contra latus 47, angulum 42.29ʹ 59ʺ: & contra latus 34, angulum 31. 6ʹ.5ʺ. & contra latus 69 (quod pro 111 poſuimus) reperies angulum 120.24ʹ.4ʺ. Ideo in triangulo oblato Q R T, pro latere R T. ſubtendente angulum Q 47, pone 42. 29ʹ. 59ʺ Et pro latere Q R. ſubtendente angulum T 34, pone 31. 6ʹ 5ʺ verùm pro latere Q T ſubtendente angulum R 111, pone 59 35ʹ 56ʺ quæ ſunt reliquum graduum 120.24ʹ.4ʺ. ad ſemi-circulum reliquum, ſcilicet 69. Et ita ex angulis per conuerſionem acquires latera.

ADMONITIO.

EX hac laterum per angulos datos inuentione tres variæ ſoluuntur huius, & cuiuſcunque trianguli quæſtiones. Vt in triangulo P Z S. Ex datis, hora diei, plaga ſolis, & angulo ſitus vel poſitionis ſolis, hæc præcedens ſatisfacit quæſtioni, qua vel primò eleuatio poli, vel ſecundò altitudo ſolis, vel tertiò declinatio ſolis quæratur. Ex octaua itaque ſect. præcedentis cap. 5. & ſeptima ac duodecima huius, ſexaginta habes variarum quæſtionum ſolutiones, quæ in quodque triangulum cadunt. Nec his plures ex multiplici trium quarumlibet partium compoſitione oriri poſſunt variationes. Perfectam igitur habes, & abſolutam triangulorum tam Sphæricorum, quam planorum doctrinam.

CONCLVSIO.

SAtis ergo iam oſtenſum eſt quod ſint, quid ſint, & cuius vſus ſint Logarithmi: Eorum enim beneficio abſque multiplicationis, diuiſionis, aut radicum extractionis moleſtia, omnis Geometricæ quæſtionis ſolutionem logiſticam promptiſſimè exhiberi, tum apodeicticè demonſtrauimus, tum exemplis vtriuſque Trigonometriæ docuimus. Promiſſum itaque mirificum Logarithmorum canonem habetis, eiuſque ampliſſimum vſum: qua ſi vobis eruditioribus grata fore ex reſcriptis veſtris intellexero, animus mihi addetur, ad tabulæ condendæ methodum in lucem etiam proferendam. Interim hoc breui opuſculo fruamini, Deoque opifici ſummo, omniumque operum bonorum opitulatori laudem ſummam & gloriam tribuite.

SE